BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
201
37 F
30

F. III. 9

SAGGIO

SULLA

STORIA GENERALE

DELLE

MATEMATICHE

DI

CARLO BOSSUT.

BIBLIOTECA NAZ.
ROMA
VITTORIO EMANUELE

SAGGIO

SULLA

STORIA GENERALE

DELLE

MATEMATICHE

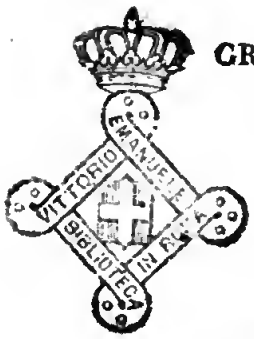
DI

CARLO BOSSUT.

prima edizione italiana con riflessioni ed aggiunte

DI

GREGORIO FONTANA.



TOMO QUARTO

BIBLIOTECA NAZ
ROMA
VITTORIO EMANUELE

MILANO 1803.

presso { Agnello Nobile, Libraio-Stampatore *sulla corsia del Duomo.*
G. P. Giegler, Libraio *sulla corsia de' Servi.*

DISCORSO

SOPRA

LA VITA E LE OPERE

DI

PASCAL.

AVVERTIMENTO.

Nel 1779, *feci stampare la raccolta completa delle opere di Pascal, in cinque volumi in* 8.°, *con questa epigrafe, tratta da Tito-Livio*: Cujus gloriae neque profuit quisquam laudando, nec vituperando quisquam nocuit, cum utrumque summis praediti fecerint ingeniis. *Vi aggiunsi un Discorso sopra la vita e le opere di quest' uomo celebre. Questo Discorso fu ristampato separatamente nel* 1781, *con molti cambiamenti ed addizioni. Lo do qui di nuovo, come comparve in quest' ultimo stato, salve alcune leggere correzioni di stile.*

Prego i lettori, che vorranno giudicare equamente di quest' opera, di volersi riportare al tempo in cui fu composta: si rileverà che ritenuto dalle circostanze, non ho potuto, in certi luoghi, dire la mia opinione tutta intera; ma almeno non ho mai cercato di sfigurarla. Ho rispettato l' uomo grande di cui scrivo la vita, senza abbandonarmi allo spirito di partito.

Alcuni filosofi moderni, forzati di riconoscere la superiorità del genio di Pascal, ed un

poco incomodati dal peso delle sue opinioni religiose, hanno affettato di spargere che, negli ultimi anni di suo vita in cui le ha maggiormente manifestate, la sua testa si era indebolita. Mio amico, *diceva Voltaire a Condorcet*, non vi stancate mai di ripetere che dopo l'accidente del ponte di Neuilly, il cervello di Pascal era sconcertato. *Non vi è che una piccola difficoltà in questo sistema: questo cervello, sconcertato nel* 1654, *produsse nel* 1656 *le* Lettere provinciali; *e nel* 1658 *le* Soluzioni de' problemi della cicloide.

DISCORSO

SOPRA

LA VITA E LE OPERE

DI

PASCAL.

Biagio Pascal nacque a Clermont nell' Alvernia li 19 giugno 1625, da Stefano Pascal, primo presidente del tribunale de' sussidj di quella città, e d'Antonietta Begon. Egli ebbe un fratello primogenito, che morì in culla, e due sorelle, delle quali si parlerà spesso nel seguito: una per nome *Gilberta*, nata nel 1620, l'altra per nome *Giacomina*, nata nel 1625.

La famiglia de' Pascal era stata nobilitata da Luigi XI, verso l'anno 1478; e dopo quest' epoca, ella possedeva nell' Alvernia delle cariche distinte che onorava colle sue virtù e co' suoi talenti.

A queste qualità ereditarie, Stefano Pascal accoppiava la scienza delle leggi, ed una

grande estensione di cognizioni nelle materie di letteratura, di matematica, di fisica, ec. La semplicità de' costumi antichi, ed i piaceri annessi ai più dolci sentimenti della natura, facevano della sua casa l'asilo della pace e della felicità. Tutti i giorni, dopo avere adempite le sue funzioni di uomo pubblico al tribunale de' sussidj, rientrava nel seno della sua famiglia; e per sollievo veniva a dividere le cure domestiche con una moglie amabile e virtuosa. Egli ebbe la disgrazia di perdere questa sposa diletta nel 1626; e da quel momento la di lui anima, profondamente afflitta, rinunziò a qualunque altra ambizione, fuorchè a quella di dare un' eccellente educazione ai tre figli che gli rimanevano. Egli medesimo voleva formarli alla virtù ed alle utili cognizioni; ma comprese tosto che l'esecuzione di questo progetto non poteva conciliarsi co' doveri d'una penosa magistratura: non bilanciò un momento; vendette la sua carica nel 1631, e venne a soggiornare a Parigi colla sua famiglia, a fine di poter adempire liberamente verso di essa i doveri più sacri che quelli delle relazioni sociali in un posto di mediocre importanza. La sua principal attenzione si portò sopra il suo figlio unico, che aveva annunziato quasi sino dalla

culla ciò che doveva essere un giorno. Le lingue ed i primi elementi delle scienze furono gli oggetti presentati da principio all'avidità che questo figlio mostrava di istruirsi. Nel tempo medesimo Stefano Pascal insegnava il latino e le belle lettere alle due figlie, per avvezzarle di buon' ora a quello spirito di riflessione, così importante alla felicità della vita, e non meno necessaria alle donne che agli uomini.

La famosa guerra di trent' anni desolava allora tutta l'Europa. Con tutto ciò, in mezzo a tanti disastri, l'eloquenza e la poesia, già fiorenti in Italia dopo più d'un secolo, cominciavano a spandere qualche luce in Francia ed in Inghilterra; le matematiche e la fisica uscivano dalle tenebre; la sana filosofia, o piuttosto il vero metodo di filosofare, penetrava nelle scuole; e la rivoluzione che Galileo e Cartesio avevano preparata, si compiva rapidamente. Tratto da questo movimento generale, Stefano Pascal divenne geometra e fisico. Egli per conformità di gusto e di occupazioni, si strinse in amicizia col p. Mersenne, Roberval, Carcavi, le Pàilleur, ec. Questi uomini dotti si radunavano di tempo in tempo gli uni in casa degli altri, per ragionare sopra gli oggetti de' loro lavori, o

sopra le quistioni differenti che l'accidente ed il calore della disputa potevano far nascere. Eglino mantenevano un commercio regolato di lettere con altri dotti sparsi nelle provincie di Francia e ne' paesi stranieri: con ciò erano prestissimo istrutti di tutte le scoperte che si facevano nelle matematiche o nella fisica. Questa piccola società formava una specie d'accademia animata dall'amicizia e dalla confidenza, e libera altronde da ogni legge e da ogni soggezione. Essa è stata la prima origine dell'accademia delle scienze, che fu stabilita, sotto il sigillo dell'autorità reale, solamente nel 1666.

Il giovane Biagio Pascal assisteva qualche volta alle conferenze che si tenevano presso suo padre. Egli ascoltava con un'estrema attenzione; voleva sapere le cause di tutti gli effetti. Si narra che all'età d'undici anni compose un piccolo trattato sopra i suoni, nel quale cercava di spiegare perchè un piatto percosso con un coltello, renda un suono che cessa tutto ad un tratto quando vi si applica la mano. Suo padre temendo che questo gusto troppo vivo per le scienze non pregiudicasse allo studio delle lingue, che riguardavasi allora come la parte più essenziale dell'educazione, decise, di concerto colla

piccola società, che d'or innanzi si sarebbero astenuti di parlare di matematica e di fisica in presenza del giovinetto. Egli ne fu desolato: per acquetarlo, gli fu promesso di insegnargli la geometria, quando sapesse il latino ed il greco, e quando fosse altronde capace d'intendere questa scienza. In aspettazione di ciò, qualcuno si contentò di dirgli ch' essa considera l'estensione dei corpi, cioè a dire, le loro tre dimensioni, lunghezza, larghezza e profondità; ch' essa insegna a formare delle figure in un modo giusto e preciso, a paragonare queste figure le une colle altre, ec.

Questa indicazione vaga e generale, accordata alla curiosità importuna d'un fanciullo, fu un raggio di luce che sviluppò il germe del suo talento per la geometria. Sino da quel momento egli non ha più quiete: vuole a tutta forza penetrare in questa scienza che gli viene celata con tanto mistero, e che si crede a lui superiore, riguardo alla sua età! Nelle sue ore di ricreazione, egli si rinchiudeva solo in una camera isolata: là, col carbone delineava sopra un mattone dei triangoli, de' parallelogrammi, de' cerchi, ec., senza sapere i nomi di queste figure; in seguito egli esaminava le situazioni che le linee

hanno le une rispetto alle altre nell' incontrarsi; paragonava le estensioni delle figure, ec. I suoi raziocinj erano fondati sopra definizioni ed assiomi ch' egli medesimo si era fatti. Di mano in mano giunse a riconoscere che la somma dei tre angoli di qualunque triangolo deve essere misurata da una semi-circonferenza, cioè a dire, deve uguagliare la somma di due angoli retti; che è la trentaducsima proposizione del I libro di Euclide. A questo teorema era giunto, allorchè fu sorpreso da suo padre, che avendo saputo l'oggetto, il progresso ed il risultato delle sue ricerche, rimase per qualche tempo muto, immobile, confuso di maraviglia e di tenerezza; poi corse tutto fuori di sè stesso a raccontare quanto aveva veduto al sig. Paillcur, suo intimo amico.

Non debbo dissimulare che si sono mossi de' dubbj sopra questo tratto della vita di Pascal. Alcuni lo hanno negato come favoloso ed impossibile; altri lo hanno ammesso, senza trovarvi altronde nulla di straordinario. Ma se si esaminano le cose senza prevenzione, si vedrà che il fatto è appoggiato sopra testimoni che non permettono di rivocarlo in dubbio; e si converrà, da un altro canto, che un tale sforzo di testa e di genio in un

fanciullo, oltrepassa di molto l'ordine comune.

Comunque sia la cosa, non si contrariò più l'inclinazione di Pascal: egli ebbe tutta la libertà di studiare la geometria; gli furono dati a leggere, all'età di dodici anni, gli *Elementi* d'Euclide, che comprese da sè solo, e senza aver mai bisogno della minima spiegazione. Ben presto fu in istato di tenere un posto distinto nelle assemblee dei dotti, e di portarvi alcune opere delle sue mani. Egli non aveva per anche sedici anni, quando compose sopra le sezioni coniche un piccolo trattato, che fu allora riguardato come un prodigio di sagacità.

Stefano Pascal era il più felice de' padri; vedeva suo figlio a camminare con passi di gigante nella carriera delle scienze ch' egli riguardava come il più nobile esercizio dello spirito umano: le sue figlie non gli davano meno di soddisfazione; ad una figura aggradevole univano una ragione superiore all'età; ed il mondo nel quale da poco tempo comparivano cominciò a distinguerle. Tutta questa felicità fu turbata da uno di quegli avvenimenti che la prudenza degli uomini non può nè prevedere, nè impedire.

Nel mese di dicembre 1638, il governo, impoverito da una lunga serie di guerre e di depredazioni nelle finanze, fece alcune diminuzioni sopra le rendite del palazzo della città di Parigi. Questa maniera di liberare lo stato è, come si sa, uno de' mezzi più facili che si possano adoperare; ma essa eccitò allora tra i censuarj delle mormorazioni un po' risentite, ed anche delle assemblee che si qualificarono come sediziose. Stefano Pascal fu accusato di esserne uno de' principali motori. Questa imputazione ingiusta poteva avere qualche ombra di verosimiglianza, perchè arrivando a Parigi, egli aveva posta la maggior parte del suo avere sopra il palazzo della città. Quindi un ministro terribile, il cui dispotismo si spaventava per la minima resistenza, fece spedire un ordine di arrestare Stefano Pascal, e di metterlo alla Bastiglia; ma avvertito in tempo da un amico, si tenne dapprima celato, indi si restituì segretamente nell'Alvernia.

Rappresentiamoci, s'egli è possibile, il dolore de' suoi figli, e quello che risentì egli medesimo d'essere costretto ad abbandonarli nell'età in cui avevano più bisogno della sua paterna vigilanza! Se gli uomini possenti, che, senza esame, senza prove, si permet-

tono tali violenze, conservano ancora un cuore accessibile al rimorso, debbono essere qualche volta molto infelici.

L'opera della calunnia non fu di lunga durata; e qui si può notare la bizzarra combinazione delle cose umane. Avendo il cardinale di Richelieu avuto il capriccio di fare rappresentare innanzi a lui, da alcune donzelle, l'*Amore tirannico*, tragicommedia di Scudery, la duchessa d'Aiguillon, incaricata della direzione dello spettacolo, desiderò che Giacomina Pascal, che aveva allora circa tredici anni, fosse una delle attrici; ma Gilberta, sua sorella primogenita, che era alla testa della famiglia nell'assenza del padre, rispose fieramente: *Il sig. cardinale non ci dà abbastanza di piacere, perchè noi pensiamo a fargliene*. La duchessa insistette, e fece anche intendere che il richiamo di Stefano Pascal sarebbe forse il premio della compiacenza che ella esigeva. L'affare è proposto agli amici della famiglia: viene deciso che Giacomina accetterà la parte che a lei era destinata. La tragicommedia fu rappresentata li 5 aprile 1639. Giacomina mostrò nella sua azione una grazia ed una finezza che rapirono tutti gli spettatori, e principalmente il cardinale di Richelieu. Ella ebbe la destrezza di

approfittare di questo momento d'entusiasmo; l'inito lo spettacolo, ella si accosta al cardinale, e gli recita un piccolo memoriale in versi (1), per domandare il ritorno di suo padre. Il cardinale prendendola nelle sue braccia, *abbracciandola e baciandola in tutti i momenti, mentre ella diceva i suoi versi*, come lo racconta ella medesima in una lettera scritta all'indomani a suo padre: *sì, figliuola mia*, rispose egli, *vi accordo quanto mi domandate; scrivete a vostro padre che ritorni con tutta la sicurezza*. Allora la duchessa d'Aiguillon prese la parola, e fece così l'elogio di Stefano Pascal: *Egli è un uomo assai onesto; è dottissimo, ed è certamente un danno ch' egli riman-*

---

(1) Ecco questo memoriale:

Ne vous étonnez pas, incomparable Armand,
Si j'ai mal contenté vos yeux et vos oreilles:
Mon esprit agité de frayeurs sans pareilles,
Interdit à mon corps, et voix, et mouvement.
Mais pour me rendre ici capable de vous plaire,
Rappelez de l'exil mon misérable père:
C'est le bien que j'attends d'une insigne bonté;
Sauvez cet innocent d'un péril manifeste:
Ainsi vous me rendrez l'entière liberté
De l'esprit et du corps, de la voix et du geste.

ga inutile. Ecco suo figlio, soggiunse ella, mostrando Biagio Pascal, *che non ha che quindici anni, e che è già un gran matematico*. Giacomina, incoraggita da un primo successo, disse al cardinale: *Monsignore, ho ancora una grazia da domandarvi... — E che, mia figliuola? domanda tutto ciò che vuoi; tu sei troppo amabile, non si può nulla ricusarti... — Permettete che nostro padre venga egli medesimo a ringraziare vostra eminenza delle sue bontà... — Sì, voglio vederlo, e che mi conduca la sua famiglia.*

Tosto si avvisa Stefano Pascal di ritornare in tutta fretta: giunto a Parigi, egli vola, co' suoi tre figli, a Ruel, in casa del cardinale, che gli fa l' accoglienza più lusinghiera: *Conosco tutto il vostro merito*, gli disse Richelieu; *vi restituisco ai vostri figli, e ve li raccomando; io ne voglio fare qualche cosa di grande.*

Due anni dopo, cioè a dire, nel 164[illegible], Stefano Pascal fu nominato all' intendenza di Rouen, congiuntamente al sig. de Paris referendario (1). Egli adempì per sette anni con-

---

(1) *Stefano Pascal era incaricato della percezione delle gravezze, ed il sig. de Paris, del*

secutivi le importanti funzioni annesse alla sua carica, con tale capacità e disinteresse, che fu egualmente applaudito dalla provincia e dalla corte. Aveva condotto seco tutta la sua famiglia; e nello stesso anno 1641, maritò sua figlia Gilberta al sig. Perier, che si era distinto in una commissione che il governo gli aveva data in Normandia, e che nel seguito comprò una carica di consigliere al tribunale de' sussidj di Clermont-Ferrand.

Biagio Pascal, già annoverato tra i geometri del primo ordine, ebbe un vantaggio forse unico, ma che pagò colla sua salute ed anche colla sua vita: quello di potersi dedicare senza soggezione e senza riserva al suo genio per le scienze. Appena in età di diciannove anni, inventò la famosa *macchina aritmetica* che porta il suo nome. Si sa quanto sieno necessarie le operazioni dell' aritmetica, non solo nel commercio più ordinario della società, ma ancora in tutte le applicazioni che si possono fare delle matematiche alla fisica ed alle arti, poichè in ultima ana-

---

mantenimento delle truppe che allora si trovavano in gran numero in Normandia, a motivo delle turbolenze eccitate in quella provincia.

lisi le relazioni delle quantità che entrano in un problema, debbono sempre essere espresse con numeri. Ma quando i metodi, per eseguire i calcoli numerici, sono una volta trovati, l'uso monotono e prolisso di questi metodi stanca spesse volte l'attenzione, senza obbligare la mente. Quindi nulla vi sarebbe più utile d'un mezzo meccanico e spedito di fare ogni sorta di calcoli su i numeri, senz'altro soccorso che quello degli occhi e della mano. Tale è l'oggetto che Pascal si è proposto colla sua macchina. I pezzi che ne formano il principio e l'essenza, sono parecchi cilindri, o bariletti, paralleli tra loro, e mobili intorno ai loro assi: sopra ciascuno di essi si scrivono due serie di numeri da zero sino a nove, le quali vanno in direzioni contrarie, di modo che la somma di due cifre corrispondenti formi sempre nove; in seguito si fanno girare, col medesimo movimento, tutti questi bariletti da sinistra a destra, e le cifre di cui si ha bisogno, per le differenti operazioni dell'aritmetica, appariscono a traverso di piccole finestre traforate nella faccia superiore. La macchina è altronde composta di ruote e rocchetti che s'incastrano insieme, e fanno le loro rivoluzioni per un meccanismo presso a poco simile a quello di

una mostra o d'un pendolo. Non è possibile di darne qui una spiegazione più dettagliata (1). L'idea di questa macchina è sembrata sì bella e sì utile, che si è più volte cercato di perfezionarla, e di renderla più comoda nella pratica. Leibnizio si è lungo tempo occupato in questo problema; ed ha trovato effettivamente una macchina più semplice di quella di Pascal. Sventuratamente tutte queste macchine sono costose, un poco imbarazzanti per il volume, e soggette a sconcertarsi. Questi inconvenienti vengono a superare i loro vantaggi. Laonde i matematici preferiscono generalmente le tavole de' logaritmi, che cambiano le operazioni più complicate dell' aritmetica in semplici addizioni o sottrazioni, alle quali basta prestare una leggera attenzione, per evitare gli errori di calcolo. Ma la scoperta di Pascal non è meno ingegnosa per sè stessa. Ella gli costò grandi sforzi d'ingegno, tanto per l'invenzione, quanto per far concepire la combinazione del sistema delle ruote agli artefici incaricati di

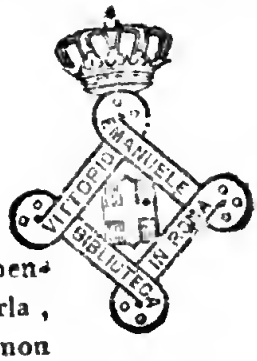
(1) *Si vegga la descrizione del sig. Diderot, nell' Enciclopedia o nel tomo IV della raccolta delle opere di Pascal.*

eseguirle. Questo lavoro ostinato e forzato pregiudicò alla sua fisica costituzione, già debole e vacillante; e da quel momento la sua salute andò sempre deteriorando.

Poco tempo dopo, la fisica offrì alla sua curiosità attiva ed inquieta, uno de' più grandi fenomeni che esistano nella natura: fenomeno la cui spiegazione è principalmente dovuta alle sue esperienze ed alle sue riflessioni. I fontanieri di Cosimo de' Medici gran duca di Firenze, avendo rilevato che in una tromba aspirante, dove lo stantuffo giuocava a più di trentadue piedi sopra il serbatoio, l'acqua dopo essere arrivata a quest' altezza di trentadue piedi, nel tubo, ricusava ostinatamente d' innalzarsi di più, consultarono Galileo sopra la causa di questa renitenza che loro pareva molto bizzarra. L' antichità aveva detto: l' acqua sale nelle trombe e seguita lo stantuffo, perchè la natura abborrisce il vacuo. Galileo, imbevuto di questa opinione ricevuta allora in tutte le scuole, rispose alla quistione de' fontanieri, che l' acqua si alzava effettivamente da principio, perchè la natura non può soffrire il vacuo, ma che questo orrore aveva una sfera limitata, e che al disopra di trentadue piedi cessava di agire. Presentemente si ride di questa spiegazione:

ma qual forza non ha un errore di venti secoli, e come sottrarsi tutto ad un tratto alla sua tirannia? Con tutto ciò Galileo sentì qualche scrupolo sopra la ragione che si era affrettato di dare ai fontanieri: poichè, per l'onore della filosofia, egli aveva creduto di dovere far loro una pronta risposta, buona o cattiva. Egli era troppo avanzato in età, e le sue lunghe fatiche lo avevano rifinito; incaricò Torricelli suo discepolo, di esaminare a fondo la quistione, e di riparare, se v'era bisogno, lo scandalo ch'egli temeva di avere cagionato ai filosofi, che, contando l'autorità per nulla, cercano di ricavare immediatamente la verità dal seno della natura, come egli medesimo col suo esempio aveva insegnato in molte altre occasioni.

Torricelli alle profonde cognizioni nella geometria accoppiava il genio dell'osservazione nelle materie di fisica. Egli sospettò che la gravità dell'acqua fosse uno degli elementi da cui dipendeva la sua elevazione nelle trombe, e che un fluido più pesante vi starebbe più basso. Quest'idea, che ci sembra oggidì tanto semplice, e che allora fu la vera chiave del problema, non si era per anche presentata ad alcuno: e difatti come mai quelli che ammettevano l'orrore della



natura per il vacuo, avrebbero potuto pensare che il peso del fluido dovesse limitarla, o distruggere la sua azione? D'altro più non si trattava che d'interrogare la sperienza. Torricelli empì di mercurio un tubo di vetro, di tre piedi di lunghezza, chiuso esattamente di sotto, ed aperto di sopra; egli applicò il dito sopra l'estremità superiore, e rovesciando il tubo, immerse questa estremità in un bacino pieno di mercurio; allora ritirò il dito, e dopo alcune oscillazioni il mercurio rimase sospeso nel tubo all'altezza di circa ventotto pollici sopra il bacino. Questa sperienza è, come si scorge, quella che ci offre continuamente il *Barometro*. Torricelli la variò in molte maniere; ed in tutti i casi il mercurio si sostenne ad un' altezza che era circa la quattordicesima parte di quella dell' acqua nelle trombe. Ora, sotto il medesimo volume, il mercurio pesa presso a poco quattordici volte più dell'acqua. Quindi Torricelli ne inferì che l'acqua nelle trombe, ed il mercurio nel tubo, dovevano esercitare delle pressioni eguali sopra una medesima base; pressioni che dovevano essere necessariamente controbilanciate dalla medesima forza fissa e determinata. Ma qual' è finalmente questa forza? Torricelli, istruito da Galileo

che l' aria è un fluido pesante, credette e pubblicò nel 1645, che la sospensione dell' acqua o del mercurio, quando nulla pesa sopra la sua superficie interna, è prodotta dalla pressione che la gravità dell' aria esercita sopra la superficie del serbatoio o del bacino. Egli morì poco tempo dopo, senza convincere, o almeno senza lasciare la certezza assoluta che la sua opinione era realmente il segreto della natura.

Laonde questa spiegazione non ebbe da principio che un successo mediocre tra i dotti. Il sistema dell' orrore del vacuo era troppo accreditato, per cedere così il luogo senza resistenza ad una verità che, in sostanza, non si presentava ancora col grado di evidenza necessaria, onde colpire tutti gli occhi, e riunire tutti i suffragi. Si credette di spiegare le sperienze delle trombe e del tubo di Torricelli, col supporre che si svaporasse dalla colonna d'acqua o di mercurio, una *materia sottile*, o *degli spiriti aerei*, che ristabilivano il pieno nella parte superiore, e non lasciavano all' orrore del vacuo se non se l'attività sufficiente per sostenere la colonna.

Pascal, che in quel tempo era a Rouen, avendo saputo dal p. Mersenne il dettaglio delle sperienze di cui ho parlato, s' impegnò

a ripeterle nel 1646 col sig. Petit, intendente delle fortificazioni, e trovò appuntino i medesimi risultati che erano stati mandati dall' Italia, senza altronde nulla rilevarvi di nuovo. Egli non conosceva per anche la spiegazione di Torricelli. Riflettendo semplicemente sulle conseguenze immediate de' fatti, vide che la massima ammessa dappertutto, che la natura non soffre il vacuo, non aveva alcun saldo fondamento. Nondimeno, prima di proscriverla interamente, credette di dover fare delle nuove sperienze, più in grande, più concludenti di quelle d' Italia. Egli vi impiegò de' tubi di vetro che avevano fino a cinquanta piedi di altezza, a fine di presentare all' acqua un lungo spazio da percorrere, di poter inclinare i tubi, e di far prendere al fluido molte situazioni differenti. Dietro le sue proprie osservazioni, egli concluse che la parte superiore de' tubi non contiene già un' aria pari a quella che li circonda al di fuori, nè alcuna porzione d'acqua o di mercurio, e ch' essa è totalmente vota di tutte le materie che conosciamo, e che cadono sotto i nostri sensi; che tutti i corpi hanno della ripugnanza a separarsi l'uno dall' altro, ma che questa ripugnanza, o volendo usare l' espressione ordinaria, l' orrore della natura pel va-

cuo, non è già più forte per un vacuo grande che per un piccolo; ch' essa ha una misura limitata ed equivalente al peso d' una colonna d' acqua di circa trentadue piedi di altezza; che passato questo limite, si formerà sopra l' acqua un voto grande o piccolo colla medesima facilità, purchè alcun ostacolo straniero non si opponga, ec. Si trovano queste prime sperienze e queste prime idee di Pascal sopra l' argomento in quistione, in un piccolo libro ch' egli pubblicò nel 1647, sotto questo titolo: *Esperienze nuove concernenti il vacuo*, ec.

Quest' opera fu vivamente combattuta da molti autori, e tra gli altri dal p. Noël, gesuita, rettore del collegio di Parigi. Tutta la cattiva fisica di quel tempo si armò per ispiegare delle sperienze che la incomodavano, e che non poteva negare. Pascal distrusse facilmente le obbiezioni del p. Noël; ma sebbene approvasse già la spiegazione di Torricelli, della quale ebbe cognizione poco tempo dopo aver pubblicato il suo libro, vedeva però con dispiacere che tutte le sperienze che erano state fatte, comprese le sue, potevano dare ancora l' adito alle cavillazioni scolastiche, e che nessuna di esse direttamente atterrava il sistema dell' orrore del va-

cuo. Quindi egli fece nuovi sforzi, ed alla fine concepì l'idea d'una sperienza che doveva decidere la quistione, senza equivoco, senza restrizione, ed in una maniera assolutamente irrevocabile; e vi fu condotto da questo ragionamento.

Se la gravità dell'aria è la causa che sostiene il mercurio nel tubo di Torricelli, il mercurio deve innalzarsi più o meno, secondo che la colonna d'aria che preme la superficie del bacino è più o meno alta, cioè a dire, più o meno pesante: se al contrario la gravità dell'aria non fa qui veruna funzione, l'altezza della colonna di mercurio deve sempre essere la medesima, qualunque sia l'altezza della colonna d'aria. Pascal era persuaso contro il sentimento de' dotti di quel tempo, che si troverebbero delle differenze nelle altezze della colonna di mercurio, col situare successivamente il tubo ad altezze disuguali per rispetto al medesimo livello. Ma affinchè queste differenze fossero sensibili e non lasciassero alcun pretesto di negarne la realtà, bisognava poter esaminare lo stato della colonna in luoghi elevati, gli uni sopra degli altri, d'una quantità considerabile. La montagna del Puy-de-Dôme, vicina a Clermont, ed alta circa cinquecento tese, ne

offriva il mezzo. Pascal comunicò ai 15 novembre 1647 il progetto di questa sperienza al sig. Perier, suo cognato, che allora si trovava a Moulins, e lo incaricò nel medesimo tempo di farla subito che fosse arrivato a Clermont, ove doveva quanto prima restituirsi. Alcune circostanze la ritardarono; ma finalmente fu eseguita ai 19 settembre 1648, con tutta l'esattezza possibile; ed i fenomeni che Pascal aveva annunziati, si verificarono appuntino. A misura che gli osservatori s'innalzavano sul colle del Puy-de-Dôme, il mercurio si abbassava nel tubo. Dal piede alla sommità della montagna, la differenza di livello fu di tre pollici ed una linea e mezzo. Si verificarono ancora queste osservazioni, ritornando al luogo donde erano partiti. Pascal, dopo avere avuto il ragguaglio di questi fatti interessanti, e dopo avere rilevato che una differenza di venti tese di elevazione nel terreno produceva in circa due linee di differenza d'elevazione nella colonna di mercurio, fece la medesima sperienza a Parigi, abbasso ed all'alto della torre di Saint-Jacques-la-Boucherie, che è elevata di circa ventiquattro a venticinque tese; egli la fece ancora in una casa particolare, alta di circa dieci tese: dappertutto trovò de' risultati che esattamente

si riferivano a quelli del sig. Perier. Allora non rimase più alcun pretesto di attribuire la sospensione del mercurio nel tubo all' orrore del vacuo; giacchè sarebbe stata cosa assurda il dire che la natura abborrisce più il vacuo ne' luoghi bassi che ne' luoghi elevati. Laonde tutti quelli che cercavano la verità di buona fede, riconobbero l' effetto del peso dell' aria, ed applaudirono al mezzo nuovo e decisivo che Pascal aveva immaginato per rendere questo effetto palpabile.

Nella storia di questa ricerca si vede un esempio notabile del progresso lento e successivo delle umane cognizioni. Galileo prova la gravità dell' aria: Torricelli congettura che essa produce la sospensione dell' acqua nelle trombe, o del mercurio nel tubo; e Pascal converte la congettura in dimostrazione.

Non si dà trionfo puro. La sperienza del Puy-de-Dôme ebbe nel mondo un successo che ferì alcuni dotti, in vece di eccitare la loro riconoscenza. I gesuiti di Clermont-Ferrand fecero sostenere delle tesi, nelle quali Pascal veniva accusato d' essersi attribuiti i lavori degli Italiani; calunnia assurda, ch' egli confuse con tutto il disprezzo che meritava. Sembra che la società, con questi replicati assalti, provocasse la guerra sangui-

nosa ch' egli loro fece alcuni anni dopo, e le cui conseguenze sono state per essa tanto funeste.

Con dispiacere somministriamo un alimento all' invidia ed alla malignità, che si compiacciono di vedere i grand' uomini ad assalirsi e degradarsi gli uni gli altri; ma la fedeltà della storia non ci permette di tacere che Cartesio volle egli pure rapire a Pascal la gloria della sua scoperta. In una lettera (1) scritta al sig. di Carcavi, in data degli 11 giugno 1649, Cartesio si esprime così: *Mi assicuro che non avrete discaro che vi preghi d' informarmi del successo d' una sperienza che mi è stato detto d' aver fatta, o fatta fare il sig. Pascal sopra le montagne d' Alvernia, per sapere se l' argento vivo monta più alto nel tubo essendo al piede della montagna, e di quanto monta più alto sopra di essa: avrei il diritto di ciò aspettare da lui piuttosto che da voi, perchè son io che l' ho avvisato, sono due anni, di fare questa sperienza, e l' ho assicurato che sebbene io non l' avessi fatta, punto non dubitava della riuscita.* Carcavi era strettamente

(1) *Lettere di Cartesio* (in 12, 1725) *tomo VI, pag.* 179.

congiunto in amicizia con Pascal, ed ebbe la premura di comunicargli questo riclamo; ma Pascal lo disprezzò, o non vi fece alcuna risposta; poichè in un compendio storico de' fatti relativi alla quistione, diretto nel 1651 al sig. di Ribeyre, egli si attribuisce esclusivamente la scoperta del Puy-de-Dôme, senza mai citare Cartesio; egli parla invece così: *Egli è vero, signore, e ve lo dico francamente, che questa sperienza è di mia invenzione, e quindi posso dire che la nuova cognizione ch' essa ci ha scoperta è tutta mia*. In tutto il corso di questo racconto ognuno crede di rilevare il carattere dell' imparzialità e del candore. Pascal rende giustizia a Torricelli nella maniera la più chiara e la più sincera. Perchè non avrebbe fatto lo stesso verso il suo concittadino, se realmente gli avesse avuta qualche obbligazione? Baillet, nella vita di Cartesio, accusa Pascal di plagio ed anche d' ingratitudine verso il suo eroe, con un tuono di leggerezza e di confidenza che ributta, quando si considera la poca intelligenza ch' egli mostra della materia, gli anacronismi, e gli altri errori ne' quali è caduto. Il solo rispetto per la verità mi muove a fare questa riflessione: giacchè rendo altrondo omaggio, come debbo, al genio sublime di

Cartesio, e convengo ch' egli ha posseduto in un grado assai eminente il dono dell' invenzione. Se una delle sue lettere, che porta la data dell' anno 1631 (1), è stata effettivamente scritta in quel tempo, ben si scorge ch' egli rispetto alla gravità dell' aria, aveva allora presso a poco le medesime idee che Torricelli pubblicò nel seguito. Ma per una sventura del filosofo francese, la maggior parte delle sue idee in fisica non erano che sistemi azzardati senza prove, e sovente contraddetti dalla natura. Quindi la posterità non ha fatto alcun caso delle congetture felici o infelici ch' egli può avere proposte intorno alla causa che innalza la colonna di mercurio o d' acqua nel voto; e le sperienze che Torricelli ha fatte il primo sopra questo soggetto, gli hanno acquistata una gloria solida, che mai gli verrà rapita. La verità non appartiene a chi arriva a toccarla solo a tentone, ma a chi la prende e la mostra. In quanto al punto principale che concerne la sperienza del Puy-de-Dôme, per poco che si conosca l' andamento dello spirito umano, non si esiterà un momento a riguardare Pa-

(1) *Lettere di Cartesio* (la stessa edizione) *tomo VI., pag.* 439.

scal come il vero inventore. Di fatti, le sue prime sperienze gli avevano dimostrata la falsità della massima ordinaria, che la natura non può soffrire il vacuo; egli aveva inoltre riconosciuto, che la natura soffre colla medesima facilità un vacuo grande come un piccolo. Queste osservazioni lo disponevano a riguardare, egualmente come chimere, e l'orrore della natura pel vacuo, e la virtù che si pretendeva di attribuirvi. Per lo contrario egli trovava, che il sistema della gravità dell' aria spiegava, senza veruna difficoltà, la sospensione dell' acqua o del mercurio. Una nuova sperienza che fece, prima di quella del Puy-de-Dôme, lo confermò in questo sentimento. Avendo unito colle due estremità opposte due tubi di Torricelli, che comunicavano insieme per mezzo d'un ramo ricurvo pieno di mercurio, trovò che l'aria venendo ad entrare nel ramo ricurvo, il mercurio, sospeso da prima nel tubo inferiore, cade nel bacino, ed il mercurio contenuto nel ramo di congiunzione, s'innalza nel tubo superiore che non ha alcuna comunicazione coll' aria esterna. Questi effetti erano quasi una dimostrazione a' suoi occhi, che non è l'orrore del vacuo, ma la gravità, che sostiene la colonna di mercurio nel tubo di

Torricelli; da un altro canto, egli sapeva che la superficie superiore d'un fluido essendo sempre a livello, l'atmosfera deve formare intorno alla terra uno strato sferico, più o meno denso, in ragione delle ineguaglianze più o meno grandi che si trovano alla superficie del globo terrestre; finalmente, dietro il principio scoperto da Galileo, che i pesi sono proporzionali alle masse, egli vedeva che la pressione d'una colonna d'aria deve essere più o meno alta. Tutte queste nozioni ravvicinate le une alle altre, non gli indicavano che il mercurio nel tubo si manterrebbe più alto al piede d'un' alta montagna che alla sommità? Non bastavano esse per eccitare almeno nella sua mente il pensiero di fare questa sperienza? Cartesio si presenta con vantaggi molto minori. Malgrado ciò che ne disse al sig. di Carcavi, la spiegazione delle sperienze di Torricelli, colla gravità dell' aria, non è una conseguenza dei suoi principj; essa lo è così poco, che il p. Noël spiegava le medesime sperienze, dalla combinazione dell' orrore del vacuo, coll'azione d'una materia sottile, simile a quella di Cartesio, la quale penetrava i pori del vetro, e ristabiliva il pieno nella parte superiore del tubo. Egli è dunque molto verosimile che

Cartesio non abbia dato, ovvero non abbia potuto dare a Pascal alcuna nuova idea sopra questa materia.

Mi sia qui permessa ancora una riflessione. Se si trattasse di pesare, tra due uomini molto disuguali, le pretensioni reciproche alla medesima scoperta importante, la probabilità, in mancanza di prove rigorose, farebbe pendere la bilancia per quello che fosse d'altronde il più abile. Ma contro un uomo come Pascal, che ha realmente fatta eseguire la sperienza del Puy-de-Dôme, Cartesio non deve contentarsi di dire freddamente, un anno dopo: *io ne ho data l'idea*; egli deve provarlo, e la semplice testimonianza che rende egli medesimo nella propria causa, non può essere di peso alcuno.

La maniera con cui Pascal trattò la quistione della gravità dell'aria, merita l'attenzione de' filosofi. Si vede ch'egli cammina con passi misurati, sempre appoggiato alla sperienza, e non abbandonando mai le opinioni degli antichi, se non quando vi è costretto dell'evidenza medesima, ed è sicuro di poter mettere al loro luogo delle verità incontrastabili. *Io non giudico*, egli dice, *che ci sia permesso di dipartirci leggermente dalle massime che teniamo dall'antichità, se non vi*

siamo obbligati da prove indubitabili ed invincibili ; ma in questo caso io sostengo che sarebbe un' estrema debolezza il farne il menomo scrupolo. È stato accusato di troppa timidezza e di lentezza : si voleva che al primo passo avesse proscritto il sistema dell' orrore del vacuo. Ma allontaniamo per un momento il ridicolo che si è voluto spargere sopra l'espressione : pesiamo la cosa in sè stessa. Dov' è dunque l' assurdità palpabile di supporre che quando un corpo viene ad essere escluso, esista nella natura una potenza, o una virtù attiva che tenda a ristabilire il pieno ? I fenomeni non ci sforzano essi presentemente ad ammettere fra tutti i corpi che compongono l'universo, un' attrazione reciproca, non meno incomprensibile ? Ora, se per similitudine d' ipotesi, si ammette nella natura una tendenza attiva al pieno, perchè si ricuserebbe di attribuire a questa tendenza l' elevazione dell' acqua nelle trombe, o quella del mercurio nel tubo di Torricelli, quando la parte superiore del tubo è vota d' aria densa ? La riserva di Pascal è adunque quella d' un uomo saggio che non vuole nè ingannarsi, nè esporsi ad ingannare altrui. Colle sue prime sperienze fa vedere, che la natura non ha orrore pel vacuo ; ma dopo la sperienza

del Puy-de-Dôme, egli pronunzia affermativamente che la sospensione dell' acqua nelle trombe, o quella del mercurio nel tubo di Torricelli, è prodotta dal peso dell' aria. Nulla havvi di più connesso e di più coerente. Tale è stato quarant' anni dopo il metodo di Newton: in tal guisa il filosofo inglese ha arricchito di numerose scoperte tutte le parti della fisica. Cartesio ha seguito una strada molto differente. Abbiamo già rilevato la sua passione pei sistemi. Infedele egli stesso agli eccellenti precetti da lui dati, nel suo *Metodo*, per cercare la verità, pensava meno ad interrogare che ad indovinare la natura. La sua ambizione era di fondare una setta; e per ciò conseguire prontamente, egli distruggeva le opinioni adottate, e proponeva le sue, senza esaminare, con troppo scrupolo, se esse erano conformi o no ai fenomeni. Gli errori ne' quali è caduto, hanno traviato molti dotti; ma nel condannarlo a questo riguardo, siamo costretti a confessare che la sua audacia è stata utilissima alla filosofia: perciocchè quando egli comparve, tutte le scuole, schiave d' Aristotele, erano immerse nelle tenebre del peripatetismo; e non si poteva sperare d' introdurvi la luce, se prima non si rovesciavano gli altari che la superstì-

zione e l'ignoranza avevano innalzati dopo duemila anni al filosofo greco. Se Cartesio fosse stato più moderato, le qualità occulte avrebbero resistito più lungo tempo: e se non altro, la sua idea di spiegare gli effetti fisici, colla materia e col moto, è bellissima ed utilissima in generale. Ma in un tempo in cui gli spiriti si portassero alla ricerca della verità, per la via dell' osservazione e della sperienza, bisognerebbe attentamente reprimere o contenere lo spirito di sistema, perchè sostituisce troppo spesso le risposte precipitate d' un' ardente immaginazione a quelle della natura, che dovrebbe aspettare.

Le ricerche di Pascal sopra la gravità dell' aria, lo condussero insensibilmente all' esame delle leggi generali alle quali l' equilibrio de' liquidi è soggetto. Archimede aveva determinata la perdita di peso che fanno i corpi solidi immersi in un fluido, e la posizione che debbono prendere questi corpi relativamente alla loro massa ed alla loro figura. Stevino, matematico fiammingo, aveva rilevato che la pressione d' un fluido sopra la sua base è come il prodotto di questa base per l' altezza del fluido; finalmente, si sapeva che i liquidi premono per ogni verso le

pareti de' vasi ove sono contenuti : ma rimaneva ancora da conoscere esattamente la misura di questa pressione, per dedurne le condizioni generali dell' equilibrio de' liquidi.

Pascal stabilì per fondamento della teoria di cui trattasi, che se ad un vaso pieno di liquido e chiuso da ogni parte si fanno due aperture differenti, e vi si applicano due stantuffi spinti da forze proporzionali a queste aperture, il liquido rimarrà in equilibrio. Egli prova questo teorema in due maniere non meno ingegnose che convincenti. Nella prima dimostrazione, egli osserva che la pressione d' uno stantuffo si comunica a tutto il liquido, di modo che non potrebbe immergersi senza che l' altro stantuffo si sollevasse. Ora, il volume del fluido rimanendo lo stesso, si rileva che gli spazj percorsi dai due stantuffi sarebbero reciprocamente proporzionali alle loro basi, o alle forze che li spingono : donde risulta, per le note leggi della meccanica, che i due stantuffi si contrabbilanciano scambievolmente. La seconda dimostrazione è appoggiata sopra questo principio per sè stesso evidente, che un corpo non può mai muoversi col suo peso, senza che il suo centro di gravità discenda. Posto questo principio, l' autore fa vedere facilmente

che se i due stantuffi, considerati come un medesimo peso, venissero a muoversi, il centro di gravità del loro sistema resterebbe nondimeno in equilibrio: dal che conclude che gli stantuffi non hanno alcun movimento, e che per conseguenza il fluido è parimente in quiete. I differenti casi d'equilibrio dei liquidi, ed i fenomeni che ne dipendono, non sono più che corollarj del teorema indicato: Pascal entra a questo proposito in dettagli assai curiosi.

Lo stato permanente dell' atmosfera si spiega co' medesimi mezzi. Qui Pascal rileva di più, che l'aria è un fluido compressibile ed elastico. Questa verità, già nota da lungo tempo, era stata confermata, al Puy-de-Dôme, per la via della sperienza. Un pallone mezzo pieno d'aria, trasportato dal piede alla sommità di questa montagna, si enfiò a poco a poco salendo, cioè a dire, a misura che il peso della colonna d'aria, onde era aggravato, diminuiva; poi si sgonfiò ossia si ridusse in minor volume, secondo l'ordine inverso, discendendo, cioè a dire, a misura che era più aggravato.

Si debbono riferire presso a poco al medesimo tempo le prime osservazioni che si sono fatte sopra i cambiamenti di altezza ai

quali la colonna mercuriale è soggetta in un medesimo luogo, pei diversi cambiamenti di tempo. Quindi il tubo di Torricelli e gli altri istrumenti destinati al medesimo uso, sono stati chiamati *Barometri*. Il sig. Perier osservò queste variazioni a Clermont, negli anni 1649, 1650, e ne' primi tre mesi dell' anno 1651. Egli aveva impegnato il sig. Chanut, ambasciatore di Francia in Isvezia, a fare simili sperienze a Stocolm. Cartesio, che si trovava nella medesima città sulla fine dell' anno 1649, prese parte a questo lavoro; e nella stessa occasione indicò l' idea d' un barometro doppio, contenente del mercurio e dell' acqua, affine di rendere più sensibili le variazioni dell' aria, misurandole con quelle della colonna d' acqua. Pascal si affrettò di avanzare, dietro alcune osservazioni uniformi, o dietro una teoria vaga e precaria, che l' aria diventa più pesante a misura ch' è più aggravata di vapori: ma se questa proposizione fosse vera, Pascal si sarebbe ingannato coll' attribuire la sospensione del mercurio nel tubo di Torricelli, immediatamente alla gravità dell' aria; giacchè il più delle volte il mercurio si abbassa ne' tempi piovosi. Comunque sia la cosa, le prime spiegazioni, che si sono date delle variazioni del mercurio nel

barometro, meritano tanto più d'indulgenza, in quanto che anche al presente la causa di queste variazioni è ancora assai poco conosciuta, e sono esse soggette a molte irregolarità che turbano qualche volta le conseguenze che voglionsi ricavare dallo stato del barometro.

Sembra che i due trattati di Pascal sopra l'*equilibrio dei liquidi* e sopra *la gravità della massa dell'aria*, fossero terminati nell'anno 1653; ma non sono stati stampati per la prima volta che nel 1663, un anno dopo la morte dell'autore.

Alla teoria de' fluidi, Pascal fece succedere diversi trattati sopra la geometria. In uno che aveva per titolo: *Promotus Apollonius Gallus*, egli estendeva la teoria delle sezioni coniche, e ne scopriva molte proprietà interamente sconosciute agli antichi; in altri, intitolati: *Tactiones sphoericae*; *Tactiones conicae*; *Loci plani ac solidi*; *Perspectivae methodus, etc.*, si era altresì aperte delle nuove strade. Sembra che tutte queste opere si sieno perdute; almeno non ho potuto riuscire a procurarmele: non ne parlo che sopra un'indicazione generale che l'autore ne dà egli medesimo, e sopra una lettera di Leib-

nizio ad uno de' figli di Perier, in data del 30 agosto 1676.

Gli eredi de' manoscritti di Pascal sono molto biasimevoli di non avere pubblicato queste ricerche geometriche nello stesso tempo de' trattati sopra l' equilibrio de' liquidi e la gravità dell' aria; poichè esse avrebbero allora contribuito al progresso della geometria, e noi conosceremmo il punto preciso a cui Pascal le aveva portate. Altronde, le produzioni d' un uomo di genio, anche cessando di essere nuove pel fondo delle cose, possono sempre essere istruttive per l' ordine delle idee e de' ragionamenti. Ma non esageriamo delle perdite, o già riparate, o facilmente riparabili, quanto all' oggetto essenziale, cioè a dire quanto alle cognizioni che si potrebbe sperare di trovare in queste opere. Consideriamo che se si ritrovassero presentemente, non ci offrirebbero al più che delle verità di dettaglio, e non già de' soccorsi per avanzare la scienza. Difatti, dopo il tempo in cui furono scritte, le matematiche si sono arricchite d' una moltitudine di scoperte; i metodi sono divenuti più semplici, più facili e più fecondi. I grandi geometri del nostro tempo non leggono Archimede, e neppure Newton, per apprendervi de' nuovi

segreti dell'arte. Vi è in queste ricerche un progresso continuo di cognizioni, che, alle antiche opere, ne fa succedere delle altre più profonde e più complete. Si studiano queste ultime, perchè rappresentano lo stato attuale della scienza; ma esse avranno a vicenda il medesimo destino di quelle di cui hanno preso il luogo. Non è già così nelle arti che dipendono dall'immaginazione. Una tragedia come la *Zaira* sarà letta in tutti i tempi col medesimo piacere, finchè durerà la lingua francese, perchè non rimane nulla da scoprire nè da dipingere nella gelosia di Orosmane e nella tenerezza di Zaira. Il poeta e l'oratore hanno un altro vantaggio: i loro nomi ripetuti continuamente dalla moltitudine, giungono prestissimo alla celebrità. Con tutto ciò la gloria degli inventori nelle scienze sembra avere una fama più stabile e più imponente. Le verità ch'eglino hanno scoperte, circolano da secolo in secolo, per l'utilità di tutti gli uomini, senza essere soggette alla vicenda delle lingue. Se le loro opere cessano di servire immediatamente alla istruzione della posterità, sussistono come monumenti destinati a segnare, per così dire, il confine dello spirito umano, nell'epoca in cui sono comparse.

Restano di Pascal molti pezzi che fanno conoscere il suo genio per le scienze, e che lo hanno collocato tra i più grandi matematici. Voglio dire il suo triangolo aritmetico, le sue ricerche sopra le proprietà de' numeri, il suo trattato della cicloide, ec. Parleremo di tutte queste opere secondo l'ordine dei tempi in cui sono state scritte. Cominciamo dal triangolo aritmetico che si presenta il primo.

Se vogliamo farci qualche idea di questo famoso triangolo, rappresentiamoci due linee perpendicolari tra loro; queste si dividano in parti eguali, e loro si conducano delle parallele che partano da tutti i punti di divisione. Egli è evidente che, con questa costruzione, si formeranno due specie di bande o file, le une orizzontali, le altre verticali; che ciascuna fila orizzontale o verticale conterrà più quadrati o caselle: che ciascuna casella sarà comune ad una fila orizzontale e ad una fila verticale. Ciò posto, Pascal scrive nella prima casella, che è nell'angolo retto, un numero che chiamasi *generatore*, e da cui dipende il rimanente del triangolo. Questo numero generatore è arbitrario; ma essendo una volta fissato, gli altri numeri destinati ad empire le altre caselle, restano determinati;

ed in generale il numero d'una casella qualunque è uguale a quello della casella che la precede in una fila orizzontale, più quello della casella che la precede in una fila verticale. Di qui l'autore ricava molte conseguenze interessanti; egli trova il rapporto dei numeri scritti in due caselle date; somma la serie de' numeri contenuti in una fila qualunque; determina le combinazioni di cui molte quantità sono capaci, ec. Qui si vede a nascere, senza sforzo ed assai naturalmente, rispetto ai numeri, una moltitudine di teoremi che difficilmente si dimostrerebbero con qualunque altro metodo.

L'invenzione del triangolo aritmetico è veramente originale, ed il nostro autore non ne divide la gloria con alcuno. Nel tempo ch'egli era occupato in queste ricerche, Fermat, consigliere al parlamento di Tolosa, ed uno de' più celebri matematici del secolo decimosettimo, trovò una bellissima proprietà de' numeri figurati, la quale non è che un corollario del triangolo aritmetico: Pascal non tralasciò di citarlo in questa occasione, con dargli i più grandi elogj. Dalle lettere che ci rimangono di questi due grand' uomini, si rileva il sommo piacere che provavano nel rendersi a vicenda la dovuta giustizia.

Tra le proprietà del triangolo aritmetico, una se ne scorge notabilissima: quella di dare i coefficienti de' diversi termini d'un binomio elevato ad una potenza intera e positiva. Newton ha in seguito generalizzata questa idea di Pascal; e sostituendo alle espressioni radicali la notazione degli esponenti, immaginata da Wallis, ha trovata la formola per elevare un binomio ad una potenza qualunque, intera o rotta, positiva o negativa.

I medesimi principj diedero origine ad un nuovo ramo dell' analisi, che è stato fertilissimo nel seguito; ed è ancora Pascal quegli a cui se ne debbono gli elementi. Questo ramo è il calcolo delle probabilità nella teoria de' giuochi d' azzardo. Il cavaliere di Meré, gran giuocatore, niente geometra, aveva proposto sopra questo argomento due problemi a Pascal. Uno consisteva nel trovare in quanti tiri si può sperare di fare seino con due dadi; l' altro, a determinare la sorte di due giuocatori dopo un certo numero di tiri, cioè a dire, a fissare la proporzione secondo la quale debbono dividere la posta, nel caso che acconsentano a separarsi senza terminare la partita. Pascal risolse ben presto questi due quesiti. Egli non ha data l' analisi del primo: si rileva soltanto da' una delle sue

lettere a Fermat, che secondo il risultato del suo calcolo, vi sarebbe dello svantaggio ad intraprendere di fare, in ventiquattro tiri, sei no con due dadi; il che è vero difatti, come è egualmente vero che vi sarebbe del vantaggio a tentare la medesima cosa in venticinque tiri. Ma egli ci ha lasciato, relativamente al secondo quesito, uno scritto per determinare in generale le *condizioni* che si debbono stabilire tra due giuocatori che giuocano in più partite; ed ha ancora trattata la stessa materia nelle sue lettere a Fermat. Il cavaliere di Meré che aveva risoluto, coll'aiuto della logica naturale, alcuni casi particolari e facili di questi problemi, incapace di apprezzare le ricerche di Pascal, ma insuperbito di avervi data occasione, si credette in diritto di deprimerle; e portando all' eccesso la ridicola libertà che la maggior parte delle persone di mondo si arrogano di tutto giudicare, e tutto disapprovare, senza avere nulla approfondito, egli osò scrivere a Pascal che *le dimostrazioni della geometria sono il più delle volte false*; ch' esse impediscono *di entrare in cognizioni più alte che mai non ingannano*; ch' esse fanno perdere nel mondo il vantaggio *di rilevare alla cera ed all'aria delle persone che si vedono*, *una quantità di cose*

che possono molto servire, *ec.* Se questa lettera ridicola ha qualche senso, ben si scorge che l'autore riguarda l'arte di conoscere le debolezze degli uomini e di profittarne, come la prima delle scienze: opinione di un'anima avida e depravata, che niuno ardirebbe di apertamente enunziare, ma che è sempre stata l'opinione e la regola degli intriganti e degli ambiziosi, perchè realmente in un governo corrotto, le ricchezze e le dignità non sono d'ordinario, che le usurpazioni della scaltrezza sul merito e sulla scempiaggine.

Ben si comprende, che il giudizio del cavaliere di Meré sopra le scoperte di Pascal poteva bensì eccitare la compassione, ma non mai lo sdegno: Fermat, Roberval, e gli altri grandi geometri di quel tempo, applaudirono a queste scoperte medesime, ed il loro suffragio avrebbe consolato l'autore, se ne avesse avuto bisogno. Egli non si limitò già a trattare la quistione sopra le *condizioni*, per due giuocatori solamente: ma estese ancora le sue ricerche ad un numero qualunque di giuocatori. Roberval, colpito dalla bellezza di questi problemi, tentò di risolverli, ma invano: Fermat vi riuscì, adoperando la teoria delle combinazioni. Pascal, che aveva impiegato un metodo differente, dapprima

credè che quello delle combinazioni fosse difettoso pel caso in cui vi sarebbero più di due giuocatori: ma ben presto s' avvide di questo piccolo sbaglio, e riconobbe che la soluzione di Fermat, daltronde conforme alla sua, quanto al risultato, era egualmente esatta ne' principj, che elegante per la semplicità del calcolo.

Tutta la teoria del problema delle *condizioni* è fondata sopra due principj molto semplici. Il primo, che se uno de' giuocatori trovisi in tale posizione che in tutti i casi, di guadagno o di perdita, gli appartenga una certa somma sopra la posta, egli deve prendere questa somma intera, e non farne alcuna spartizione coll' altro giuocatore. Il secondo, che se la posta deve appartenere tutta intera a quello de' due giuocatori che guadagnerà, per modo che prima della partita, vi abbiano l' uno e l' altro un eguale diritto; eglino debbono prendere ciascuno la metà della posta, nel caso che vogliano separarsi senza giuocare. Da questi due principj insieme combinati, risultano tutte le regole che sono necessarie per determinare la sorte di molti giuocatori, o per calcolare le probabilità di guadagno o di perdita che loro restano, nel momento che la partita è interrotta.

Qui non si tratta di esaminare se, relativamente alla fortuna de' giuocatori, o per altre considerazioni fisiche o morali, queste regole debbano essere nella pratica modificate. Daniele Bernoulli ha discusso il primo oggetto (1), e d'Alembert ha proposto sopra il secondo un gran numero di riflessioni che meritano tutta l'attenzione de' geometri (2).

Il *Trattato del triangolo aritmetico*, e gli altri ad esso relativi, furono trovati del tutto stampati, benchè non pubblicati, tra le carte di Pascal, dopo la sua morte accaduta nel 1662. Ma essi erano stati composti nell'anno 1654, come rilevasi dalle date delle lettere di Pascal e di Fermat.

Alcuni autori hanno scritto che Huguens aveva data nello stesso tempo di Pascal, ed in un modo ancor più rigoroso, la teoria de' giuochi di azzardo. Ma la verità si è che l'opera di Huguens, *de Ratiociniis in ludo aleae*, non uscì che nel 1657, e che il suo

---

(1) *Si veggano le antiche memorie dell'accademia di Pietroburgo, anno* 1730 *e* 1731, *tom.* V, *pag.* 175.

(2) Mélang. de Littérat. *tom.* V *ed* Opusc. Mathém. *tom.* II *e* V.

metodo altro non è in sostanza che quello di Pascal, già diffuso tra i geometri sino dall' anno 1654. Ecco come si esprime Huguens medesimo nella sua prefazione, con un candore ben degno d' un uomo sì grande. « Fa « d' uopo che si sappia che tutte queste qui- « stioni sono già state agitate tra i più gran- « di geometri della Francia, affinchè non mi « si attribuisca male a proposito la gloria « della prima invenzione (1) ». Difatti, quegli che ha trovato il tautocronismo della cicloide, la teoria delle evolute, quella delle forze centrali, ec., non ha punto bisogno che gli sieno fatti de' regali.

Fu ancora presso a poco in quel tempo che Pascal fece la scoperta di due macchine semplicissime e molto usuali: una è quella specie di sedia a ruote, tirata a braccia di uomo, che chiamasi volgarmente *carretto* (2);

---

(1) *Sciendum vero quod jam pridem inter praestantissimos tota Gallia geometras calculus hic agitatus fuerit, ne quis indebitam mihi primae inventionis gloriam hac in re tribuat.*

(2) *La sospensione del carretto è ingegnosa, relativamente al suo oggetto. Due molle di ferro attaccate fermamente ciascuna ad una*

l' altra è quella carretta a stanghe lunghe, conosciuta sotto il nome di *carrettone* (1).

Tutte queste opere rovinavano insensibilmente la salute di Pascal. La debolezza del suo corpo non poteva bastare all' attività del suo spirito. Sino dalla fine dell' anno 1647 era stato assalito, per tre mesi, da una pa-

---

delle loro estremità al basso della parte anteriore della cassa, portano all' altra estremità che è libera, e che va alzandosi, due specie di staffe; queste staffe sostengono due piastre che sono infilate dall' asse, e che hanno la libertà di montare o di discendere lungo due incastri verticali; il che impedisce le scosse che produrrebbero le ineguaglianze del terreno.

(1) *Il carrettone serve, come è noto, a trasportare delle balle pesanti, delle botti piene di liquido, ec. Le due stanghe formano bilico e diventano piani inclinati, quando si vogliono far montare o discendere i pesi: un molinello posto innanzi al carrettone riceve un canape che sostiene il peso ascendente o discendente. Vi sono delle altre specie di carrettoni: quella che si è descritta è la principale, e contiene, come si scorge, una felice combinazione del torno e del piano inclinato.*

ralisia che gli toglieva quasi interamente l'uso delle gambe. Qualche tempo dopo venne ad abitare in Parigi con suo padre e colla sorella Giacomina. Fintantochè fu attorniato dalla sua famiglia, metteva qualche interruzione a' suoi studj; veniva obbligato a prendere della dissipazione; fu indotto a fare alcuni viaggi nell' Alvernia ed in altre provincie. Ma egli ebbe la disgrazia di perdere suo padre nel 1651; e sua sorella Giacomina, occupata da lungo tempo nel desiderio di consecrarsi tutta a Dio, abbracciò lo stato religioso, a Porto-Reale de' campi, nel 1653. Egli era altronde lontano dal sig. Perier, e da madama Perier, che la carica del primo riteneva a Clermont. Quindi rimasto solo di sua famiglia a Parigi, senza avere alcuno che lo potesse contenere, si abbandonò ad eccessi tali di lavoro, che lo avrebbero in poco tempo condotto al sepolcro, se non si fosse finalmente rattenuto. Lo sfinimento della natura, più possente de' consigli de' medici, lo costrinse a vietarsi assolutamente qualunque studio, e qualunque contenzione di spirito. Alle meditazioni del gabinetto sostituì il passeggio, ed altri simili esercizj moderati e salutari. Entrò nel mondo, e sebbene vi portasse qualche volta un umore un po' me-

lanconico, nondimeno piaceva per una ragione superiore, sempre adattata all' intelligenza di quelli che lo ascoltavano. Questa specie d'impero si stabilisce con più lentezza di quello delle grazie della conversazione; ma è più rispettato e più durevole. Pascal prese egli pure del gusto per la società: pensò anche a stringersi co' vincoli del matrimonio, sperando che le cure d'una compagna amabile e sensibile raddolcirebbero i suoi patimenti, aumentati ancora dalla noia della solitudine; ma un avvenimento improvviso cambiò tutti i suoi disegni.

Un giorno del mese d'ottobre 1654, essendo andato a passeggiare, secondo il suo costume, al ponte di Neuilly, in una carrozza a quattro cavalli, i due primi presero il morso ai denti in un luogo dove non vi era parapetto, e si precipitarono nella Senna. Fortunatamente la prima scossa del loro peso ruppe le tirelle che gli attaccavano alle parte di dietro, e la carrozza rimase sull' orlo del precipizio; ma egli è facile di rappresentarsi la commozione che dovette ricevere la macchina fragile e languida di Pascal. Egli ebbe molta difficoltà a rinvenire da un lungo svenimento; il suo cervello fu talmente scosso, che in seguito, nel mezzo delle sue veglie e

delle sue estenuazioni, credeva di vedere di tempo in tempo, a canto del suo letto, un precipizio vicino ad inghiottirlo. Alla medesima causa si attribuisce una specie di visione o d'estasi ch' egli ebbe poco tempo dopo, e di cui conservò la memoria, nel rimanente della sua vita, in una carta che portava sempre addosso tra il panno e la fodera del suo abito.

Suo padre gli aveva sino dall' infanzia ispirato l' amore e l' interna credenza della religione. Questi sentimenti scolpiti nel fondo del suo cuore, ma un poco sopiti dallo studio delle scienze, si risvegliarono in quel momento, e ripigliarono tutta la loro forza. Egli riguardò l' avvenimento di cui abbiamo parlato, come un avvertimento che gli dava il cielo di rompere tutti gli impegni umani, e di non vivere in avvenire che per Dio. Sua sorella Giacomina, col suo esempio e co' suoi discorsi lo aveva già preparato a questa pia risoluzione. Egli adunque rinunziò interamente al mondo, e non conservò altro vincolo che con alcuni amici ripieni de' medesimi principj. La vita regolata che conduceva nel suo ritiro, recò qualche sollievo a' suoi mali: essa gli procurò ancora de' lunghi intervalli di salute, ed allora compose parecchie

opere d'un genere opposto alle matematiche ed alla fisica: nuovi prodigj del suo genio, e dell' incredibile facilità colla quale s'impadroniva di tutti gli oggetti che a lui si presentavano.

L' abbazia di Porto-Reale, dopo un lungo stato di languore e di rilasciamento, si era in poco tempo sollevata alla più alta riputazione di virtù e di regolarità, sotto il governo della madre Angelica Arnalda. Questa celebre donzella, premurosa di aumentare la gloria del suo piccolo impero, con tutti i mezzi che la religione poteva approvare, aveva tratto in una casa particolare, attinente al monastero de' campi, parecchi uomini eminenti in sapere ed in pietà, che, disgustati del mondo, venivano a cercare nel deserto il raccoglimento e la tranquillità cristiana: tali erano i suoi due fratelli Arnaldo d'Andilli ed Antonio Arnaldo; i suoi nipoti, Le-Maitre e Saci, il traduttore della biblia; Nicole, Lancelot, Hermant, ec. La principale occupazione di questi illustri solitarj si era d'istruire la gioventù: nella loro scuola Racine acquistò la cognizione della lingua greca e latina, il gusto della sana antichità, ed i principj di quello stile armonioso ed incantatore che lo caratterizza, e che gli ha dato

il primo posto sopra il parnasso francese. Pascal desiderò di conoscerli, e ben presto fu ammesso alla loro più intima familiarità. Senza prendere nella loro casa uno stabilimento fisso, faceva però loro, ad intervalli, delle visite di tre o quattro mesi. Trovava ne' loro trattenimenti tutto ciò che poteva interessarlo: ragione, eloquenza, divozione sincera ed illuminata. Dal canto loro, non tardarono a riconoscere l'estensione e la profondità del suo genio. Nulla gli sembrava straniero: la varietà del suo sapere, e lo spirito d'invenzione che in lui dominava, lo mettevano a portata di esprimersi con intelligenza, ed anche di spargere nuove idee sopra tutte le materie che si agitavano. Egli si acquistò l'ammirazione e l'amore di tutti i solitarj. Saçi in particolare aveva per lui una stima singolare nel suo genere. Questo dotto laborioso, che passava la sua vita in istudiare la scrittura sacra e le opere dei padri, era preso da una violenta passione per s. Agostino: egli vi trovava, per reminiscenza tutto ciò che sentiva dire di straordinario. In questa pia illusione, tostochè Pascal lasciava sfuggire alcuni di que' tratti sublimi che gli erano familiari, Saci si ricordava di aver letto la medesima cosa nel suo favorito

autore ; ma non faceva che ammirare maggiormente Pascal, e non sapeva comprendere come un giovane, senza aver mai letto i padri, s'incontrasse però sempre, per la sola penetrazione del suo spirito, col più celebre dottore della chiesa. Non cadeva neppure in pensiero di alcuno, che questo giovane dovesse essere quanto prima il difensore ed il più fermo appoggio di Porto-Reale. Mi si permetta d'entrare, a questo proposito, in alcune particolarità, e di ripigliare le cose un poco dall'alto. Non è già come teologo che Pascal è il più grande agli occhi della posterità, ma come tale egli ha per avventura avuto una maggiore riputazione al suo tempo ; ed il quadro succinto delle opinioni che ha combattute o abbracciate, offre un punto di vista che può somministrare la materia di molte filosofiche riflessioni.

Ognuno conosce la famosa controversia del molinismo e del giansenismo, che ha sì lungo tempo agitato la chiesa di Francia, turbato lo stato, e fatta la sventura di moltissimi uomini rispettabili ne' due partiti. Si trattava di spiegare l'azione della grazia sulla nostra volontà, e di conciliare la predestinazione col libero arbitrio : grandi problemi che, sotto nomi diversi, sono stati in tutti

i tempi il tormento e lo scoglio dell'umana curiosità.

Noi abbiamo l'interna convizione di essere liberi: e dietro questa convizione l'uomo ardisce di apprezzare le sue azioni e quelle degli altri, egli approva o biasima; gode del testimonio d'una pura coscienza, o è lacerato da suoi rimorsi: in seguela di essa vede con occhio ben differente il traditore che lo assassina, e la pietra che lo offende colla sua caduta. Ma l'uomo come mai è egli libero? Come mai questa libertà si concilia ella coll' influenza de' motivi sulla volontà, coll' azione universale e continua della causa prima ed onnipotente, da cui ogni cosa ha l'essere ed il modo di essere, colla cognizione certa che ha la divinità, non solo del passato e del presente, ma ancora dell' avvenire? L'esame di sì fatte quistioni occupò e ben presto divise i primi filosofi greci. Alcuni si dichiararono per la libertà assoluta dell' uomo; gli altri non videro in lui che un istrumento passivo, continuamente trascinato dalla forza irresistibile d'una cieca potenza, chiamata *destino*, che secondo essi governava l' universo. Questi due sistemi ebbero presso a poco un numero eguale di partigiani. E fino d'allora si potè osservare che i difensori del dogma

della fatalità facevano professione della più rigida morale nella speculazione e nella pratica: quasi che a forza di virtù, e col portare l'austerità sino all'eccesso, avessero voluto espiare verso la società le conseguenze distruttive d'ogni morale che s'imputavano alla loro metafisica dottrina!

Gli uomini, anche col sottomettere la loro ragione ad alcuni dogmi che rispettavano come immediatamente insegnati dalla divinità, non hanno potuto rinunziare a quella curiosità ardente ed indiscreta che gli spinge a ragionare sopra ogni cosa, ed a volere ogni cosa spiegare. La medesima diversità di opinioni, che aveva regnata tra i filosofi dell'antichità, ha diviso le scuole de' teologi, ed ha formato, in tutte le religioni, delle sette rivali. Presso i maomettani, le quistioni della predestinazione e del libero arbitrio sono uno de' principali punti che dividono i settatori di Omar e quelli di Alì. Presso gli ebrei era questo uno degli oggetti di disputa tra i farisei ed i saducei. Nel cristianesimo, la fede insegna da una parte che l'uomo è libero, che ha il potere di meritare e di demeritare; dall'altra, che la santificazione è un dono di Dio; che gli uomini non possono nulla senza il suo aiuto; che la vocazione alla fede

ed alla salvezza è assolutamente gratuita; e l'opposizione apparente tra queste verità ha raddoppiata ancora la densità del velo che cuopre questo abbisso.

Contuttociò i primi cristiani, occupati nella pratica delle virtù, adoravano in pace que' misteri che non potevano penetrare. Le dissensioni si sollevarono allora soltanto che questo fervore venendo a diminuire, l'attenzione cominciò a fissarsi sopra le parti speculative della religione. Allora fu che nell'imbarazzo di accordare il libero arbitrio coll'azione della grazia, si videro gli spiriti a dividersi, adottare ed esagerare le verità che erano le più analoghe al loro carattere, alla loro maniera di vedere e di sentire, e quelle soprattutto che sembravano meglio prestarsi alle spiegazioni sistematiche che si permettevano d'immaginare. Di qui tutti que' traviamenti, che, ora da una parte, ora dall'altra, hanno alterato la purità del dogma, e che, riproducendosi sotto forme differenti nel corso de' secoli, sono stati a vicenda colpiti dagli anatemi della chiesa.

Sant' Agostino, per lo zelo e pei lumi che spiegò nella sua disputa contro Pelagio, ardente partigiano della libertà, meritò d'essere chiamato per eccellenza il *Dottore della*

Grazia. Prima di questa disputa, egli aveva combattuto gli errori de' manichei contrarj al libero arbitrio. Da questa circostanza medesima i teologi delle scuole opposte hanno potuto prendere delle armi nelle sue opere; ma siccome la controversia che sostenne contro i pelagiani fu più lunga e più animata, il partito le cui opinioni si allontanavano di più dagli errori pelagiani, ha trovato maggior facilità nell' appoggiarsi alla sua autorità, e si è sempre fatta particolarmente una gloria di camminare sotto la sua bandiera.

Le tenebre e l'ignoranza che vennero dopo la condanna de' pelagiani, e le guerre nelle quali furono occupati i cristiani, sembrarono estinguere la curiosità sopra sì fatte quistioni. Se ne disputò nondimeno ancora ne' conventi religiosi, e quindi nelle università, allorchè gli studj scolastici si rianimarono. La scuola di s. Tommaso d'Aquino, che adottò ciò che la dottrina di sant' Agostino aveva di più rigido, parve aggiungervi qualche cosa di più rigido ancora, col volerla spiegare col sistema della fisica premozione: sistema, secondo il quale Iddio medesimo imprimerebbe alla volontà il movimento che la determina. I francescani ed altri teologi si sollevarono fortemente contro questa

dottrina. Si accusavano i tomisti d'introdurre il fatalismo, di rendere Dio autore del peccato, di rappresentarlo come un tiranno che, dopo avere vietato la colpa all' uomo, lo necessita a divenir colpevole, e lo punisce per essere stato tale. I tomisti a vicenda rimproveravano ai loro avversarj di trasferire alla creatura una potenza che appartiene a Dio solo, e di rinnovare gli errori di Pelagio, coll' annichilare il potere della grazia, e col far l'uomo autore della sua salvezza.

Malgrado l'asprezza di queste reciproche imputazioni, e l'animosità che dovevano ispirare, un felice concorso di circostanze ne moderò gli effetti. Le due opinioni opposte avevano diviso le università, e ciascun partito aveva alla sua testa due ordini rivali: entrambi possenti, e commendabili per un' egnale riputazione di scienza e di pietà, entrambi egualmente cari alla sede di Roma, per l'indefesso zelo col quale lavoravano ad estendere la sua autorità. I papi avevano un interesse troppo grande nel conservare questi due appoggi della loro potenza, onde far pendere la bilancia in favore dell' uno o dell' altro. Il popolo non prese alcuna parte in queste dispute che non intendeva; la fede non vi era interessata; Roma serbava il si-

lenzio; ed una quistione sopra la quale l'autorità ha lasciato liberamente sostenere il pro ed il contro, non cagionò, nè cagionerà mai alcuna turbolenza.

Sorsero Lutero e Calvino: questi due nuovi riformatori, ardenti nel cercare delle contrarietà tra la credenza della chiesa cattolica e la dottrina de' primi secoli del cristianesimo, pretesero di abbracciare, ma oltrepassarono di molto i principj che s. Agostino aveva spiegati contro i pelagiani. Egli è vero che i luterani non istettero lungo tempo senza ritornare a principj più moderati; e che anche tra i calvinisti, Arminio ed i suoi settatori abbandonarono del tutto la dottrina di Calvino. Ma al tempo dello stabilimento del protestantismo, il sistema della predestinazione la più rigida era uno de' punti che i novatori predicavano con più entusiasmo, e che i teologi cattolici s'impegnarono di più nel confutare.

I Gesuiti, la cui società aveva preso la sua origine in que' tempi di calamità e di dissensioni, si abbandonarono alla controversia con tutta l'attività che poteva ispirare l'ambizione di acquistare la preponderanza nella chiesa. Una metafisica ingegnosa e seducente trasse loro degli allievi e de' settatori.

Orgogliosi de' loro successi, non si ristrinsero già a combattere Lutero e Calvino: ma vollero innalzare una nuova scuola contro quella di s. Tomaso. Il sistema del gesuita spagnuolo Molina, sull' accordo della grazia e del libero arbitrio, bilanciò la promozione fisica. In questo sistema, Iddio vede da principio, con una previsione di semplice intelligenza, tutte le cose possibili; egli vede con un' altra previsione, che Molina chiama la *scienza media*, ossia la scienza de' *futuri condizionali*, non solo ciò che accadrà in virtù di tale o tal' altra condizione, ma ancora ciò che sarebbe accaduto (e che non accadrà) se tale o tal' altra condizione avesse avuto luogo; tutti gli uomini sono continuamente muniti di grazie sufficienti per operare la loro salute; grazie che diventano efficaci, o che rimangono senza effetto, secondo il libero uso che ne fanno; quando Iddio vuol convertire, o salvare un peccatore, gli concede le grazie alle quali egli prevede, colla scienza media, che il peccatore acconsentirà, e che lo faranno perseverare nel bene. Da questo transunto si rileva che Molina, cercando di salvare la libertà umana, le dà un' estensione troppo illimitata, troppo indipendente dal creatore. Inoltre egli non ha fatto che sosti-

cnire alla prima difficoltà una difficoltà simigliante, e forse più grande: poichè secondo i suoi principj, la prescienza d' un avvenimento condizionale che non deve succedere, è fondata sopra una connessione tra questo avvenimento e la condizione da cui dipendeva; connessione assolutamente incomprensibile, e nondimeno necessaria per se stessa, poichè la condizione non essendo stata, nè dovendo essere realizzata, non ha esistito, nè esisterà alcun esercizio della libertà, ed alcuna determinazione che possa esserne l' effetto.

Suarez fece alcune correzioni al sistema di Molina, e credette di potere spiegare, dal concorso simultaneo di Dio e dell' uomo, come la grazia operi infallibilmente il suo effetto, senza che l' uomo sia meno libero di cedere o di resistere; ma quest' associazione della divinità cogli atti della nostra volontà debole e vacillante, è ancora un mistero non meno impenetrabile di tutti gli altri punti della disputa.

Malgrado le obbiezioni che dimostravano l' incertezza o anche la falsità della loro dottrina, i gesuiti la producevano dappertutto con franchezza come il vero scioglimento delle difficoltà che i ss. padri avevano trovate per

conciliare la libertà delle umane azioni colla divina prescienza. Questa orgogliosa pretensione offese le antiche scuole. Ognuno fu sdegnato della superiorità che questi nuovi dottori volevano attribuirsi, per avere introdotto nella teologia alcune sottigliezze metafisiche, che in sostanza non rischiaravano nulla, e che anzi reciprocamente si contraddicevano. Le contese ch'essi dovettero sostenere particolarmente contro i domenicani, si animarono al segno che la santa sede credette di doversene occupare: i teologi dei due ordini dibatterono le loro opinioni innanzi a quelle assemblee tanto conosciute sotto il nome di congregazioni *de Auxiliis*. Roma ebbe ancora questa volta la saviezza di nulla pronunziare; ma lo strepito di queste tesi solenni altro non fece che aumentare il furore de' due partiti.

Nel tempo che queste funeste divisioni turbavano la chiesa, Cornelio Jansen, vescovo d'Ipri, sì conosciuto sotto il nome di *Giansenio*, uomo rispettato per la sua scienza e pe' suoi costumi, e molto lontano dal prevedere che un giorno il suo nome diverrebbe un segnale di odio e di discordia, si occupava, nel silenzio del gabinetto, a meditare ed a ridurre in corpo di sistema i principj

che aveva creduti di riconoscere ne' libri del dottore della grazia. Egli scrisse la sua opera in latino, sotto il titolo d'*Augustinus*, e la sottoposc al giudizio della chiesa. Appena la ebbe terminata, che morì (nel 1638) dalla peste, da cui fu assalito nell' esaminare alcune carte che erano appartenute ad alcuni suoi diocesani rapiti da questo flagello.

L'*Augustinus* vide la luce, per la prima volta, nel 1640: era questo un enorme *in-folio*, scritto senza ordine e senza metodo, non tanto oscuro per lo stile e per una pesante prolissità, quanto ancora pel fondo stesso delle materie. Qual sensazione, qual male poteva mai produrre, se fosse stato abbandonato al suo naturale destino? Esso dovette tutta la sventurata sua fama agli uomini celebri che lo posero in evidenza, ed all' implacabile animosità de' loro nemici.

L' abbate di s. Cirano (1), amico di Giansenio, imbevuto della medesima dottrina, abborrendo i gesuiti e la loro scienza media, vantava l'*Agostino*, anche prima che fosse terminato, come il deposito dei segreti

(1) *Gio. Duverger di Hauranne, nato nel* 1581, *e morto nel* 1643.

della predestinazione; e ne diffondeva i principj nelle lettere spirituali che scriveva da tutte le parti. Subito dopo, i solitarj di Porto-reale fecero pubblica professione de' medesimi sentimenti. Allora Giansenio divenne l'oracolo delle scuole più rinomate: egli era un uomo suscitato da Dio, dicevano esse, per servire d'interprete a sant'Agostino. I gesuiti irritati dall'abbandono in cui vedevano insensibilmente cadere la loro teologia, e gelosi de' dotti di Porto-Reale che gli ecclissavano in tutti i generi di letteratura, con trasporto si sollevarono contro l'opera di Giansenio. La materia dava appiglio agli equivoci: comprimendo le parole dell'autore, giungono a formare cinque proposizioni che presentavano un senso evidentemente falso ed erroneo; le denunziano alla santa sede, e ad alte grida sollecitano la condanna dell'*Augustinus*. Innocenzio X censurò, ai 31 maggio 1653, le cinque proposizioni, senza altronde decidere in un modo preciso se esse fossero esattamente contenute nel libro incolpato. Il clero di Francia, nella sua assemblea del 1655, domandò un nuovo giudizio al papa, dipingendo i Giansenisti come sudditi ribelli ed eretici. Alessandro VII fece, ai 16 ottobre 1656, una bolla che condannava ancora le cinque pro-

posizioni, ma coll' espressa clausola ch' esse erano fedelmente estratte da Giansenio, ed eretiche nel senso ch' ei loro attribuiva. Questa bolla servì di base ad un formolario che il clero formò nel 1657, e di cui la corte intraprese di esigere rigorosamente la segnatura, quattr' anni dopo. Alessandro VII diede nel 1665 una seconda bolla, con un formolario, sopra il medesimo soggetto.

Egli è verosimile che i gesuiti avrebbero soccombuto nella loro procedura contro i discepoli di Giansenio, se alcuni uomini onnipotenti nell' Europa non avessero avuto interesse di unirsi ad essi. Il cardinale di Richelieu, che odiava personalmente l' abbate di s. Cirano, aveva da principio tentato di far condannare i suoi scritti dalla santa sede; ma adoperò poca condotta e poco calore in questa negoziazione: egli non era uomo da soffrire le lentezze ordinarie della corte di Roma, per un oggetto a' suoi occhi così frivolo come la censura di quattro o cinque proposizioni sistematiche, azzardate da un teologo senza appoggio; egli trovò più semplice e più comodo di far chiudere l' abbate di s. Cirano nel castello di Vincennes.

Mazarino, meno violento e più destro nell' arte di celare e di assicurare gli effetti

dell' odio, portò in segreto de' colpi più aspri ai giansenisti. Nel fondo egli era indifferente sopra tutte le materie teologiche; poco amava i gesuiti, ma sapeva che i solitarj di Porto-Reale mantenevano delle relazioni col cardinale di Retz, suo nemico, che lo aveva fatto tremare. Senza esaminare a fondo la natura di queste relazioni, formate da lungo tempo, e per se stesse molto innocenti, egli le giudicò criminose; e per vendicarsi, eccitò sordamente il clero a domandare la bolla del 1656. Così una quistione che non doveva mai essere agitata, o che avrebbe dovuto nascere e morire nell' oscurità delle scuole, acquistò dell' importanza, e turbò lo stato per più di cent' anni, perchè i difensori d' un libro inintelligibile e destinato all' obblio, erano gli amici d' un arcivescovo di Parigi, che aveva voluto fare scacciare il primo ministro del re di Francia! Mazarino non previde certamente le funeste conseguenze della sua debolezza nel frammischiare l' autorità in una guerra teologica, di cui si sarebbe dovuto ignorare l' esistenza; ma il suo esempio deve essere una grande lezione pei sovrani e pei ministri.

I solitarj di Porto-Reale, e molti altri teologi, senza difendere il senso letterale delle

cinque proposizioni condannate, pretesero che esse non erano contenute nell' *Augustinus*, e se esistevano, vi erano in un senso cattolico. Si rispose loro con asserzioni contrarie. Allora la contesa divenne più viva che non era mai stata: si scrissero dall' una e dall' altra parte moltissime opere, dove le passioni umane, soffocando la carità tanto raccomandata ai cristiani, somministrarono ai nemici della religione un triste soggetto di trionfo.

Fra tutti quelli che combatterono per Giansenio, nessuno mostrò tanto zelo e tanta veemenza come il dottore Arnaldo. Egli aveva l'anima elevata ed i costumi austeri. Allorchè s'impegnò nel sacerdozio, diede quasi tutte le sue sostanze alla casa di Porto-Reale, dicendo che un ministro di Gesù Cristo deve esser povero. Il suo attaccamento a ciò che egli credeva verità, era inflessibile come essa. Egli detestava la morale corrotta dei gesuiti, ed era ancor più odiato da essi, sì perchè i suoi sentimenti erano loro ben noti, come ancora per esser egli nato da un padre che in nome dell' università aveva con calore arringato, affinchè fosse loro interdetta l'istruzione della gioventù, e fossero inoltre discacciati dal regno. Dal tratto seguente si giudicherà dell' interesse che

metteva nell' affare del giansenismo : un giorno Nicole suo amico e suo compagno d' armi per la medesima causa, ma nato altronde con un carattere dolce ed affabile, gli rappresentava ch' egli era stanco di questa guerra, e che voleva riposare. *Voi riposare*, risponde Arnaldo, *eh! non avrete voi forse per riposare tutta l' eternità?*

Con queste disposizioni, Arnaldo pubblicò, nel 1655, una lettera ove diceva di non avere trovate in Giansenio le proposizioni condannate; e discutendo in generale la quistione della grazia, soggiunse *che s. Pietro offriva nella sua caduta l' esempio d' un giusto a cui la grazia, senza la quale non si può nulla, era mancata*. La prima di queste due asserzioni parve ingiuriosa alla santa sede; la seconda fu riguardata come sospetta di eresia: l'una e l'altra eccitarono un gran rumore nella Sorbona, di cui Arnaldo era membro. I nemici di questo dottore posero tutto in opra per tirargli addosso un' umiliante censura. I suoi amici gli rappresentarono la necessità di difendersi. Egli era nato con una grande eloquenza, ma non ne regolava abbastanza i movimenti: il suo stile negletto e dogmatico pregiudicava qualche volta alla solidità delle composizioni; poichè nelle materie che non

si possono sottoporre alla dimostrazione geometrica, la grazia dell' espressione è uno dei principali mezzi per persuadere. Egli compose una lunga apologia de' suoi sentimenti e della sua dottrina; ma, rendendo giustizia al fondo delle cose, si trovò che questo scritto era pesante, monotono, e poco acconcio a mettere il pubblico ne' suoi interessi. Ne convenne egli medesimo a sangue freddo, e fu il primo ad indicare Pascal come il solo uomo capace di trattare l'argomento in una maniera solida ed interessante. Pascal acconsentì di buon grado a prestare il soccorso della sua penna per una causa che interessava dei dotti virtuosi, infinitamente cari al suo cuore.

Ai 23 gennaio 1656, egli pubblicò, sotto il nome di *Luigi di Montalto*, la sua prima lettera *ad un provinciale* (1), nella quale deri-

---

(1) *Le lettere che chiamansi* (*con un' espressione assai impropria, ma consecrata dall' uso*) Lettere provinciali, *uscirono da principio sotto questo titolo*: Lettere scritte da Luigi di Montalto ad un provinciale suo amico, ed ai rr. pp. gesuiti, sopra la morale e la politica di questi padri.

de le assemblee che allora si tenevano nella Sorbona per l'affare d'Arnaldo, con una finezza ed una leggerezza, di cui non vi era ancora stato modello alcuno. Questa lettera ebbe un successo prodigioso; essa trasse tutto il pubblico indifferente: ma la cabala che voleva opprimere Arnaldo, aveva prese così bene le sue misure, con far venire alle assemblee tanti frati e dottori mendicanti, dedicati all'autorità, che non solo le proposizioni di questo dottore furono condannate a pluralità de' voti, ma egli medesimo fu per sempre escluso dalla facoltà di teologia, con un decreto del 31 gennaio 1656.

Il trionfo de' suoi nemici fu un poco turbato dalla seconda, terza e quarta lettera *al provinciale*, che seguirono da vicino il giudizio della Sorbona. Esse gettarono un ridicolo indelebile sopra molti teologi secolari, e sopra i domenicani, che per sostenere il loro credito e per soddisfare alcuni piccoli odj, sembravano avere abbandonata in questa occasione la dottrina di s. Tommaso. Ma i gesuiti, in particolare, che avevano contribuito di più a far condannare Arnaldo, espiarono a caro prezzo il giubilo che questo successo aveva loro cagionato: eglino furono immolati alle risa ed alla pubblica indignazione, nelle lettere se-

guenti. Nei loro scritti di teologia morale Pascal andò a cercare i tratti che dovevano renderli per sempre odiosi e ridicoli, e preparare da lontano la loro distruzione.

Si sa che tutta la religione cristiana si aggira sopra due perni: la credenza del dogma, e la pratica delle virtù. La chiesa ha sempre considerato per suoi nemici quelli che hanno ardito d'impugnare, ovvero interpretare il dogma. Essa ha portato la medesima vigilanza e la medesima severità nell'osservanza de' principj generali della morale: ma nell'applicazione particolare di questi principj vi possono essere delle modificazioni ch'essa ha permesso di sottoporre all'esame. Di fatti, se esistono alcune azioni umane manifestamente criminose, ve ne sono alcune altre che appaiono indifferenti, e che traggono il loro vero carattere dall'intenzione o dalle circostanze. Convenne pertanto che la morale avesse i suoi interpreti incaricati di fissare i limiti tra il delitto e la virtù, di atterrire i colpevoli audaci, e di assicurare qualche volta l'anima timida ed ingenua ch'esagera a se stessa le sue debolezze.

I teologi, obbligati per professione a spiegare la religione al popolo, non potevano lasciare sfuggire questa occasione di segna-

fare la loro scienza ed il loro zelo. Tutte le scuole, tutti gli ordini religiosi produssero de' dottori che sotto il nome di *casisti* giudicavano le coscienze e mettevano, per così dire, una tariffa sulle azioni umane. Furono utili finchè presero eglino medesimi per guida la morale semplice e consolante del vangelo: finirono col seminare il disordine nella società cristiana, volendo subordinare questa morale alle loro sistematiche opinioni, o ad alcuni interessi umani. Si rammentano ancora le impertinenti quistioni sopra gli universali, sopra le categorie, ec., che sono state agitate ne' secoli d'ignoranza, nell'ozio e nella noia de' chiostri. Il medesimo spirito s'introdusse nella teologia morale. Si videro autori gravi esaurire la loro sottigliezza nel rivolgere un'azione sotto tutti gli aspetti; fare in guisa che, essendo viziosa dal lato materiale, apparisse innocente per l'intenzione, o in un certo punto di vista metafisico; mettere l'uomo che veniva a consultarli, sempre nell'incertezza, se fosse degno d'odio o d'amore, e rendersi in seguito, per mezzo della confessione, i supremi arbitri delle coscienze. Moltissime quistioni stravaganti o scandalose furono proposte e sovente decise contro i più semplici lumi del senso comune. Nulla sa-

rebbe stato certamente più nocivo ai costumi che sì fatte decisioni; se l'eccesso del ridicolo non ne avesse allontanato il pericolo.

La società de' gesuiti si era egualmente applicata alla teologia morale, che alla controversia. Non finirei mai, se volessi qui riferire i soli nomi de' loro casisti. Si pretende ch' essi abbiano inventato o perfezionato i famosi sistemi del *probabilismo*, delle *restrizioni mentali*, della *direzione d' intenzione*, ec. Tutti quelli che hanno letti questi autori, dicono che trovasi in essi dello spirito, una sottile dialettica, e qualche volta ancora una specie di sagacità nel proporre e risolvere i casi di coscienza, che sorprendono per la lore singolarità. Si cita, per esempio il trattato *de matrimonio*, del gesuita spagnuolo Sanchez, come un' opera perfetta nel suo genere: si assicura che l'autore ha esaminata la materia a fondo, preveduti tutti i casi, e discusse tutte le quistioni che la natura, eccitata dal calore del clima, poteva offrire all' errante immaginazione d'un solitario.

Le decisioni burlesche o scandalose dei moralisti della *società* somministravano a Pascal un' ampia messe di scherzi e di sarcasmi. Ma vi voleva un genio come il suo per impiegare questi materiali, e per formarne

un' opera che potesse interessare, non solo i teologi, ma ancora il pubblico di tutti gli stati. Si è tanto parlato di queste famose *Lettere provinciali*, che noi ci possiamo quasi dispensare di qui parlarne. Tutti sanno e ripetono che quest' opera non aveva alcun modello presso gli antichi, nè presso i moderni, e che l'autore ha indovinata e fissata la lingua francese. Voltaire dice in termini propri che le migliori commedie di Moliere non hanno più sale delle prime *Lettere provinciali*, e che Bossuet non ha nulla di più sublime delle ultime. A questi elogi, consecrati dalla pubblica voce, aggiungerò un' osservazione. Uno de meriti più grandi delle *Lettere provinciali* si è, per quanto mi pare, l'arte maravigliosa colla quale Pascal ha saputo maneggiare le transizioni nell' argomento che a questo riguardo presentava forse la maggiore difficoltà, per l'incoerenza delle sue parti. Egli passa da un oggetto ad un altro tutto differente, senza che uno se n'avvegga. La distruzione de' gesuiti potrà diminuire un poco l'avidità di certi lettori per quest' opera; ma sussisterà sempre tra le persone di lettere e di gusto, come un capo d' opera di stile, di motti argati e di eloquenza.

Sembra che nulla si potesse rispondere a questo libro fulminante: i gesuiti mostrarono un coraggio inaspettato; difesero arditamente i loro casisti. È stato scritto ch' eglino avrebbero dovuto abbandonarli, e ridere eglino stessi i primi de' motti arguti di Pascal, poichè alla fine, le opinioni rilasciate che loro si rimproveravano, non li concernevano esclusivamente, e si sarebbero del pari trovate nella maggior parte degli altri teologi. Ma la *società*, avvezza a condursi co' principj di una inflessibile altezigia e d' una politica conseguente, non potè risolversi a condannare quegli autori che ella medesima aveva autorizzati, e che lavoravano all' ingrandimento del suo dominio; giacchè in quest' ordine singolare, tutti i membri erano guidati dal medesimo impulso che dirigeva i talenti e le occupazioni di ciascuno di loro verso un solo fine: la gloria dell' istituto. I gesuiti non ebbero mai l' intenzione di corrompere i costumi; ma eglino volevano governare le coscienze de' re e de' grandi. Per conseguire questo fine, si erano fatta una specie di teologia, mezzo cristiana e mezzo mondana; artificioso miscuglio di rigorismo e di condescendenza alle debolezze degli uomini: senza distruggere il peccato essa facilitava il mezzo

di evitarlo, o almeno di meritarne il perdono. Questo sistema destramente combinato, che ebbe per cencinquant' anni il più gran successo in tutta l'Europa, manterebbe forse ancora i gesuiti nel loro primiero splendore, se si fossero sempre condotti colla saviezza e colla riserva de' loro fondatori.

Sventuratamente per essi, nel tempo che comparvero le *Lettere provinciali* non avevano alcun buono scrittore. Le risposte che opposero a quest' opera erano tanto difettose nello stile, quanto riprensibili dal canto delle cose medesime. Quindi non potevano avere, e non ebbero effettivamente alcun successo, mentre al contrario tutta la Francia divorava le *Lettere provinciali*, ed i giansenisti per diffonderle ancor più, si affrettarono a tradurle in varie lingue. Ben presto un clamore universale si sollevò contro i gesuiti. Non si volle più condiscendere alle ragioni che avevano avuto di raddolcire la morale; ne furono anzi riguardati come i corruttori. Tra le varie opere che fecero pubblicare per la difesa dei loro casisti, una ve n' ebbe che ributtò generalmente il pubblico: essa era intitolata: *Apologia de' nuovi casisti contro le calunnie dei giansenisti*. I parrochi di Parigi, e poco tempo dopo, quelli di molte altre città, conside-

rabili impugnarono questo libro perniciose con scritti solidi, veementi e d'un' eloquenza simile a quella di Demostene. Questi scritti erano composti da Arnaldo, Nicole e Pascal: i due primi somministravano i materiali, e Pascal gli esponeva. Essi produssero nel mondo una sensazione molto spiacevole pei gesuiti, e malgrado tutto il credito che questi padri avevano nel clero, parecchi vescovi di una grande scienza e d'una virtù eminente, pubblicarono espressamente de' mandati contro l'*Apologia de' casisti*.

Dopo tante umiliazioni e tanti rovesci nelle contese di penna, il solo partito ragionevole che i gesuiti avessero da prendere, si era di divorare nel fondo del cuore que' disgusti passeggeri, e di non opporre ai loro avversarj altre armi che un profondo silenzio. Si sarebbe riguardata questa condotta prudente e dettata dall' interesse, come l'effetto della moderazione. Egli è vero che in quel momento le disposizioni del popolo non erano ad essi favorevoli: si rammentavano ancora confusamente le turbolenze che avevano altre volte eccitate nel regno al tempo della lega; la morale de' loro casisti scandalizzava ed allontanava da loro le anime timorose. Ma la nazione francese dimentica tutto col tempo.

Ben presto essa avrebbe considerato i gesuiti, o come vittime dell' oppressione, degne della sua compassione e del suo appoggio, o come uomini superiori all' ingiuria, degni della sua stima. I giansenisti avrebbero insensibilmente perduto i vantaggi delle loro passate vittorie; e non avrebbero mai nel seno d' una vita tranquilla ottenuto l' esistenza e la celebrità che la persecuzione loro diede in appresso. L' orgoglio e l' odio disposero diversamente. Accecata da questi due sentimenti e dal suo credito alla corte, la *società* colse i momenti i più pronti e più violenti per nuocere a' suoi nemici. I giansenisti non furono il solo oggetto della sua vendetta. Tutti i particolari, tutti i corpi medesimi, che non erano interamente a lei dedicati, furono esposti alle vessazioni che loro suscitava. Ella abusò senza pudore e senza misura per un intero secolo d' un potere usurpato e precario, mobile come l' opinione che lo aveva fatto nascere; ma finalmente ne ha trovato il termine e la punizione in questi ultimi tempi. La maggior parte de' principi cristiani, ed il papa medesimo, stanchi di questi intrighi, e di servire d' istrumenti alla sua intolleranza, sono stati costretti a proscriverla in tutti i paesi del loro dominio. Qualche volta la semplice

riforma bastò per ricondurre ai loro principj ed al loro primo fervore de' monasteri corrotti dall' ozio e dalla mollezza. Ma quando un ordine numeroso, sotto gli stendardi della religione, non è realmente che un corpo politico, dedito per sistema ad un' ambizione totalmente mondana, quando cabalizza nelle corti, turba i governi, si rende per sino formidabile ai sovrani: la riforma non offrirebbe che un rimedio inutile; lascerebbe sussistere la radice del male, e non si può estirparla che colla distruzione dell' istituto.

La guerra che Pascal fece ai gesuiti durò circa tre anni. Essa lo impedì di lavorare, sì presto come avrebbe desiderato, per una grande opera che da più anni meditava per provare la verità della religione. In diversi tempi aveva abbozzato e disteso alcuni pensieri che dovevano entrare nel suo piano: egli pensava di proposito nel 1658 ad eseguire quest' opera; ma le sue infermità s'accrebbero fino d'allora a segno che non ha mai potuto terminarla, e non ce ne rimangono che dei frammenti.

L'accrescimento de' suoi mali cominciò da un orribile male di denti, che gli toglieva quasi interamente il sonno. Durante una di queste lunghe veglie, la memoria di qualche

problema concernente la cicloide venne ad occupare il suo genio matematico. Aveva da lungo tempo rinunziato alle scienze puramente umane, ma la bellezza di questo problema, e la necessità di fare con una forte applicazione qualche diversivo a' suoi dolori, lo immersero in una ricerca da lui portata tanto oltre, che anche al presente le scoperte che egli fece sono annoverate tra gli sforzi più grandi dello spirito umano.

La curva, chiamata volgarmente *girella* o *cicloide*, è abbastanza nota ai geometri. Essa descrivesi nell' aria dal movimento d'un chiodo attaccato alla circonferenza d'una ruota di vettura. Non si sa giustamente, e questa cognizione sarebbe altronde per sè stessa molto indifferente, chi sia quegli che ha il primo rilevata la generazione di questa curva nella natura; ma egli è certo che i francesi sono i primi che abbiano cominciato a scoprire le sue proprietà. Nel 1637, Roberval dimostrò che l'area della cicloide ordinaria è tripla di quella del suo cerchio generatore. Egli determinò altresì, poco tempo dopo, il solido che descrive la cicloide nel rivolgersi intorno alla sua base; ed inoltre, il che era molto più difficile per la geometria di que' tempi, il solido che descrive la medesima curva ri-

volgendosi intorno al diametro del suo cerchio generatore. Torricelli pubblicò la maggior parte di questi problemi come di sua invenzione, in un libro stampato nel 1644; ma in Francia si pretese che Torricelli avesse trovato le soluzioni di Roberval tra le carte di Galileo, a cui Beaugrand le aveva mandate alcuni anni prima; e Pascal nella sua storia della *cicloide* non ebbe difficoltà a trattare Torricelli come plagiario. Ho letto con molta attenzione le carte del processo; e confesso che l'accusa di Pascal mi pare un poco azzardata. Vi è dell'apparenza che Torricelli avesse realmente scoperto le proposizioni ch'egli si attribuiva, ignorando che Roberval lo avesse di più anni preceduto. Cartesio, Fermat e Roberval risolsero un problema d'un altro genere, a proposito della medesima curva: eglino diedero de' metodi per condurvi le *tangenti*.

Roberval e Torricelli avevano determinato la misura della cicloide e de' suoi solidi, con mezzi ingegnosissimi, ma soggetti all'inconveniente di essere troppo limitati, e di non potere estendersi oltre i casi che avevano considerati. Bisognava trattare le medesime quistioni in un modo generale ed uniforme: bisognava andare più innanzi, e proporsene delle

altre; rimaneva da trovarsi la lunghezza ed il centro di gravità della cicloide, i centri di gravità de' solidi, semi-solidi, quarti di solidi, ec., della medesima curva, tanto intorno alla base, quanto intorno all'asse, ec. Queste ricerche esigevano una nuova geometria, o almeno un uso del tutto nuovo de' principj già conosciuti. Pascal trovò, in meno di otto giorni in mezzo a più crudeli patimenti, un metodo che abbracciava tutti i problemi indicati: metodo fondato sulla *sommazione* di certe serie, delle quali aveva dato gli elementi in alcuni scritti che accompagnano il trattato del triangolo aritmetico. Di là al calcolo differenziale ed integrale non vi era più che un passo; e vi è luogo a fortemente presumere, che se Pascal avesse potuto dare ancora qualche tempo alla geometria, avrebbe rapito a Leibnizio e a Newton la gloria d'inventare questi calcoli.

Avendo parlato della sua meditazione geometrica ad alcuni amici, ed in particolare al duca di Roannez, questi concepì il progetto di farla servire al trionfo della religione. L'esempio di Pascal era una prova incontrastabile che si poteva essere un geometra di primo ordine ed un cristiano sottomesso. Ma per dare a questa prova tutta la sua forza, gli

amici di Pascal stabilirono che si sarebbero pubblicamente proposte le medesime quistioni, coll' aggiungervi de' premj: poichè, dicevano, se altri geometri risolvono questi problemi, ne comprenderanno per lo meno la difficoltà; la scienza vi guadagnerà, ed il merito di averne accelerato i progressi apparterrà sempre al primo inventore: se per lo contrario, non vi possono giugnere, gli increduli non avranno più alcun pretesto di essere, rapporto alle prove della religione, più difficili dell' uomo più profondo in una scienza tutta fondata nelle dimostrazioni.

Conseguentemente si pubblicò nel mese di giugno 1658 un programma, nel quale si proponeva di trovare la misura ed il centro di gravità d'un segmento qualunque di cicloide; le dimensioni ed il centro di gravità dei solidi, semi-solidi, quarti di solidi, ec., che un sì fatto segmento produce rivolgendosi intorno all' ascissa o all' ordinata. E siccome i calcoli, per la soluzione completa e sviluppata di tutti questi problemi, potevano esigere molto tempo e fatica, bisognava per lo meno che in mancanza di tale soluzione, i concorrenti mandassero delle applicazioni de' loro metodi ad alcuni casi particolari e notabili, come, per esempio, quando l'ascissa è uguale

al raggio o al diametro del cerchio generatore. Si promisero due premj, uno di quaranta doppie per chi risolvesse il primo di questi problemi, l'altro di venti doppie pel secondo: furono scelti, per esaminare le dissertazioni di concorso, i più famosi geometri residenti a Parigi: le dissertazioni sottoscritte da un notaio dovevano essere rimesse avanti il primo d'ottobre seguente al sig. di Carcavi, uno de' giudici ed il depositario del danaro de' premj. Pascal si tenne celato in tutto questo affare sotto il nome di A. Dettonville (1).

Il programma in quistione rivolse di nuovo gli sguardi de' geometri sopra la cicloide che si cominciava un poco a dimenticare: Hugueus quadrò il segmento compreso dal vertice sino all'ordinata che corrisponde al quarto del diametro del cerchio generatore: Sluze, canonico della cattedrale di Liegi, misurò l'area della curva con un metodo nuovo e molto ingegnoso; Wrenn, geometra inglese

(1) *Cioè a dire*, Amos Dettonville, *anagramma di* Luigi di Montalto, *che è il nome sotto il quale Pascal aveva pubblicato le* Lettere provinciali.

e grande architetto, per avere fabbricato la chiesa di s. Paolo di Londra (1), fece vedere che un arco qualunque di cicloide, contato dal vertice, è doppio della corda corrispondente del cerchio generatore; determinò inoltre il centro di gravità dell'arco cicloidale; e le superficie de' solidi di rivoluzione che quest'arco produce. Fermat e Roberval sul semplice enunziato de' teoremi di Wrenn ne diedero essi pure la dimostrazione, ciascuno dal canto loro. Ma tutte queste ricerche, sebbene bellissime in sè stesse, non corrispondevano almeno in tutto alle quistioni del programma. Quindi i loro autori, nel mandarle, non avevano l'intenzione di sottoporle al concorso. Vi furono due soli geometri, i quali avendo trattato senza eccezione, tutti i problemi proposti, credettero di avere il diritto

---

(1) *Egli è sepolto in questa chiesa, ed ecco il suo epitaffio:*

Hic jacet CHRISTOPHORUS WRENN
Huius Ecclesiae Condtor et Artifex
Viator
Si monumentum requiris
Circumspice

di pretendere i premj. Il primo fu il p. Lallouère gesuita tolosano (1), che aveva riputazione nelle matematiche, e particolarmente tra i suoi confratelli; il secondo fu Wallis, di cui abbiamo già parlato, giustamente celebre per la sua *Aritmetica degli infiniti*, pubblicata nel 1645. Ebbero l'uno e l'altro una disputa assai viva a questo proposito con Dettonville: è stato scritto, e si ripete ancora, ch' egli aveva fatto ingiustizia ad entrambi. Questo rimprovero, a cui i gesuiti hanno cercato di dare della consistenza, sarebbe una macchia alla memoria di Pascal, se avesse qualche sodo fondamento: il lettore ne giudicherà; comincio da Lallouère.

Leggiamo nel giudizio de' commissarj pei premj, ed il p. Lallouère lo racconta egli pure nel suo trattato latino *de cicloide*, che verso gli ultimi giorni del mese di settembre 1658, scrisse al sig. di Carcavi che aveva risolúto tutti i problemi di Dettonville, e che mandava per saggio il calcolo d'uno de' casi proposti. Sventuratamente questo calcolo, che non era accompagnato da alcun metodo, si

(1) *Tale è il nome di questo gesuita, e non già* Laloubère, *come alcuni autori hanno scritto.*

trovò falso. Lallouère riconobbe egli medesimo questo errore, che saltava agli occhi, ma senza correggerlo, in diverse lettere scritte alla fine di settembre ed al principio d' ottobre. Dal che egli è manifesto che non gli rimaneva più diritto legittimo ai premj, poichè allo spirare del termine fissato dal programma, egli non aveva prodotto nè metodo che per la sua bontà potesse far perdonare un calcolo difettoso, nè calcolo che per la sua giustezza potesse riputarsi proveniente da un buon metodo. Egli fu costretto a convenirne. Inoltre egli fu avvertito in particolare, ed anche pubblicamente, nella *Storia della cicloide*, che comparve ai 10 ottobre 1658, che i casi de' quali faceva menzione erano già stati risoluti da Roberval. Dettonville terminava questa storia medesima col proporre de' nuovi problemi, che non erano più l' oggetto d' alcun premio, ma che tendevano a compire la teoria della cicloide: egli domandava il centro di gravità d' un arco qualunque di cicloide; le dimensioni ed i centri di gravità della superficie, semi-superficie, quarto di superficie, ec., che descrive quest' arco rivolgendosi intorno all' asse o alla base: se al primo di gennaio 1659 nessuno avesse ri-

soluto questi problemi, egli s'impegnava a pubblicare allora le sue proprie soluzioni.

Confessando modestamente il suo sbaglio, Lallouère poteva, in mancanza d'un premio, acquistarsi della gloria col suo lavoro: poichè una tale protesta gli dava il diritto di perfezionare a suo comodo le proprie ricerche; ed il trattato che di lui abbiamo citato, fa giudicare ch' egli era capace, non già d'una grande invenzione, ma almeno di aggiungere delle cose interessanti alle scoperte degli inventori. Ma per una malintesa iattanza, egli diè luogo ad uno spiacevole esame del suo talento e delle sue cognizioni matematiche. La riputazione del sapere d'un geometra mediocre è (se mi è permesso questo paragone) come l'onore d'una donna; il colpo più leggero rende la ferita quasi sempre mortale. L'orgoglioso gesuita continuò a scrivere che, nonostante la sua prima inavvertenza, egli aveva trovato delle cose molto straordinarie intorno alla cicloide, ma che non voleva metterle alla luce se non dopo che Dettonville avesse dato le sue proprie soluzioni, facendo intendere che questi non aveva per avventura risoluto egli medesimo le quistioni che proponeva agli altri. Dettonville rispose a questa specie di sfida da uomo superiore e ben

istrutto delle forze dell' atleta che osava di provocarlo: dichiarò che rinunziava all' onore d' avere il primo risoluto questi problemi, e che lo cedeva tutto intero al gesuita tolosano, se questo gesuita volesse pubblicare le sue soluzioni avanti il primo di gennaio 1659. Questa dichiarazione non permetteva più a Lallouère di ritrocedere, se avesse realmente posseduto i metodi che si attribuiva; ma da lui non si potè mai nulla ottenere.

Giunto il primo gennaio, Dettonville fece stampare il suo trattato della cicloide; mandò il principio di quest' opera a Lallouère affinchè facesse il calcolo del caso sul quale si era ingannato: ma questi invece di mostrare la sua riconoscenza, rispose che aveva precisamente così rettificata egli medesimo la sua prima soluzione. Dettonville che aveva preveduta la risposta, si fece beffe di lui, come si era fatto beffe de' suoi confratelli i casisti: con questa differenza però che le decisioni di Escobar e di Tamburino erano un po' più piacevoli delle pretensioni di Lallouère in geometria.

Il gesuita umiliato non oppose a questi motteggi che il suo immenso trattato *De cicloide*, che fece stampare nel 1660. Ma questa opera troppo lungo tempo aspettata, e for-

data sopra una sintesi prolissa e laboriosa, ebbe tanto meno successo presso i geometri, in quanto che nulla conteneva che non fosse stato dato, almeno in sostanza, da Dettonville. Altronde, l'autore vi rammentava senza necessità una magnifica promessa, già malamente accolta, quando la fece per la prima volta, dieci anni innanzi, quella cioè di pubblicare incessantemente la quadratura del cerchio. Che si poteva mai pensare d'un uomo che, per servirmi d'un'espressione ingegnosa di Fontenelle, aveva avuta la disgrazia di fare una sì fatta scoperta?

Wallis non s'accostò di più allo scopo. Si ebbe tutta la premura di mandargli il programma di Dettonville, tosto che fu stampato. La difficoltà di questi problemi lo atterrì da principio, e non credendo certamente di poterne trovare la soluzione, e farla quindi giugnere a Parigi, nel tempo prescritto, domandò che il concorso fosse chiuso ad una epoca più lontana pei dotti stranieri, o almeno che obbligandoli di fare partire le loro soluzioni avanti il primo d'ottobre, non si esigesse a rigore, ch'esse arrivassero al più tardi quello stesso giorno a Parigi: giacchè, può essere, egli scriveva, ch'esse restino lungo tempo in cammino, o per le incomodità della

guerra, o per quelle della stagione, o per venti contrarj se hanno da traversare il mare: egli è inoltre possibile che in un modo o nell'altro vengano a perdersi, ed allora non sarebbe ella cosa giusta che se ne potessero mandare nuove copie, perchè gli officiali pubblici attestassero legalmente la conformità di queste copie colle prime? Dettonville rispose che sì fatta disposizione era illusoria; che adottandola, il concorso non avrebbe fine, poichè si sarebbe sempre nell'incertezza del tempo in cui delle soluzioni che si supporrebbero partite dai paesi stranieri avanti il primo di ottobre, potrebbero arrivare a Parigi; che con ciò si sarebbero esposti a discussioni imbarrazzanti sulla priorità delle date; che a fine di evitare queste discussioni, egli aveva creduto di dover fissare un luogo ed un tempo per ricevere le dissertazioni del concorso; che per verità queste condizioni erano più vantaggiose ai francesi, soprattutto a quelli di Parigi, che agli stranieri; ma che facendo del favore ad alcuni, non aveva fatto ingiustizia agli altri; che lasciava a tutti il merito dell'invenzione; ch'egli non disponeva della gloria, ma che dando il danaro de' premj, aveva il diritto di regolarne la distribuzione; ch'egli avreb-

be potuto proporre questi premj unicamente pei francesi, come in altre occasioni potrebbe proporne, o pei tedeschi, o pei chinesi; che finalmente egli aveva stabilite le leggi del concorso, nel modo che gli era sembrato il più equo ed il più esente da inconvenienti.

Egli è probabile che Wallis poco contasse sopra il successo della sua domanda; poichè senza aspettare la risposta, prese il partito più sicuro e più nobile: quello di cercare immantinente la soluzione de' problemi proposti. Il risultato di questo lavoro fu la materia d'un' opera, alla quale fece apporre la data del 19 agosto (vecchio stile) 1658, da un notaio di Oxfort, e che fece rimettere a Parigi, presso il sig. di Carcavi, ne' primi giorni del mese di settembre seguente. Durante il corso dello stesso mese, Wallis scrisse alcune lettere ai giudici dei premj, per correggere alcuni errori che aveva rilevati nel suo scritto. L'ultima di queste lettere portava che tutto il male non era forse peranche riparato. I giudici esaminarono con attenzione l'opera e le correzioni dell'autore. Questo esame provò loro che Wallis non aveva determinato in un modo esatto le dimensioni de' solidi della cicloide intorno all'asse nè il centro di gravità di questa

curva, nè quelli delle sue parti, nè i centri di gravità de' solidi, semi-solidi, ec., tanto intorno alla base, quanto intorno all'asse; che oltre gli errori che aveva notati nella di lui opera, ve n'erano ancora degli altri, e che le sue correzioni stesse ne contenevano de' nuovi; che tutti questi errori non erano di calcolo, ma di metodi, poichè i calcoli erano fatti esattamente dietro i metodi; che l'autore si era principalmente ingannato, in quanto che trattava certe superficie, indefinite di numero, e che non erano equidistanti le une dalle altre, allo stesso modo come se lo fossero; il che lo aveva necessariamente condotto a falsi risultati. Laonde i giudici conclusero che neppure Wallis aveva alcun diritto ai premj.

Questa decisione lo irritò vivamente. Se ne lagnò con amarezza nella prefazione del suo trattato *De cicloide*, ed in molti altri luoghi delle sue opere; egli mostra in ogni occasione i sentimenti d'un odio vivo contro la nazione francese; egli vorrebbe essere facete, ma non è che maliuconico, a proposito del favore che pretende che Dettonville ha fatto ai *suoi francesi*, nelle condizioni de' premj. Con tutto ciò egli è costretto a confessare che il suo primo scritto conteneva qualche errore, e

che le sue correzioni ancora non ne erano esenti; aggiunge soltanto che non aveva creduto di dover indicare in che consistevano questi ultimi errori, perchè sospettava che i giudici fossero malintenzionati verso di lui: ma ben si scorge tutto il ridicolo di questa confutazione. Come mai si sarebbe potuto denegargli la giustizia, se, nel termine fissato per la chiusura del concorso, avesse somministrato soluzioni esatte? Tutta la sua apologia non prova altra cosa, se non che egli è stato giudicato e condannato secondo il rigore della legge. Si sarebbe per avventura potuto concedergli alcune dilazioni per rettificare i suoi metodi ed i suoi calcoli; ma queste dilazioni non sarebbero state che un semplice atto d'indulgenza ch'egli non era in diritto di esigere. Molti storici della *Cicloide*, e tra gli altri Groningio, hanno sposato il suo risentimento, senza risalire alle carte originali che ne dimostrano evidentemente l'ingiustizia.

A queste prove positive si uniscono alcune considerazioni morali che non hanno meno di forza. E' egli credibile che Pascal, il quale spendeva la maggior parte del suo avere in elemosine, avesse mancato all'obbligo più essenziale, di soddisfare un debito legittimo?

Ignorava egli che la giustizia è il primo dovere dell' uomo? Avrebbe egli osato trasgredire pubblicamente questo precetto? Ne avrebbe egli avuto il potere, e non v' erano forse altri giudici de' premj? Che mai avrebbero pensato quegli uomini austeri ai quali serviva di spettacolo? Si supporrà egli forse che lo spirito di partito abbia potuto accecarli tutti al segno che, per assicurare ad un giansenista l'onore di avere risoluto egli solo de' problemi difficili, siasi formato il progetto di sostenere questa pretensione con una menzogna impossibile a celarsi?

Le ricerche di Wallis sopra la cicloide comparvero dopo quelle di Pascal, e soltanto nel 1659. Wallis si limitò da principio ai problemi del programma: egli risolse quelli che erano stati proposti nel mese d' ottobre, nella storia della cicloide, solamente nel 1670, nella seconda parte del suo trattato di meccanica, ove parla del centro di gravità. Temette, dice egli, che se avesse data la soluzione di questi ultimi problemi nel suo primo scritto, immediatamente dopo che il libro di Dettonville era stato pubblicato, sarebbe stato preso in sospetto d' avere profittato di questa opera; il che lo aveva determinato a pubblicare dapprima il suo trattato, presso a poco

tale come era stato mandato pel concorso.

Non aggiungerò che una sola riflessione sopra questo soggetto. Wallis, qualche tempo dopo di avere ricevuto il *trattato della Cicloide* di Pascal, scrisse ad Huguens, che questa opera gli sembrava *piena di genio*; e ch' ei l'aveva letta con tanto più di piacere e di facilità, in quanto che il metodo dell'autore non era molto differente dal suo, fondato sopra *l'aritmetica degli infiniti*, della quale aveva dato un trattato nel 1655; ma fa d'uopo osservare che i principj di questo trattato sono i medesimi di quelli del triangolo aritmetico inventato dal geometra francese, fino dall'anno 1654: laddove fino al 1658 Wallis non sapeva per anche impiegarli in un modo sicuro, poichè aveva commesso parecchi errori nelle sue soluzioni.

Intanto Pascal si avanzava a gran passi verso il sepolcro. I tre ultimi anni della sua vita non furono più, per così dire, che una continua agonia: egli divenne quasi del tutto incapace di meditazione. Ne' brevi intervalli in cui gli rimaneva qualche libertà di spirito, egli si occupava della sua opera concernente la religione, scriveva i suoi pensieri sopra i primi pezzi di carta che gli cadevano sotto la mano; e quando non poteva tenere egli me-

desimo la penna, li dettava ad un domestico intelligente, sempre assiduo al suo fianco.

Questi frammenti furono raccolti dopo la sua morte; ed i signori di Porto-Reale scegliendo ciò che era più conforme al loro gusto o agli interessi della religione, ne formarono un piccolo volume, che comparve nel 1670, sotto questo titolo: *Pensieri del sig. Pascal su la religione e sopra alcuni altri soggetti*.

Vi sono in questa raccolta molti pezzi imperfettissimi, troppo brevi, troppo poco sviluppati, sovente viziosi nell' espressione: ve ne sono degli altri d' una profondità e d' una eloquenza inimitabile. Qualche volta l' autore non espone il suo pensiero che a metà, e si ha della difficoltà ad indovinarlo; altre volte egli s' enunzia con tutta la chiarezza possibile, senza cadere nella diffusione: queste alternative dipendono dalla disposizione fisica in cui i suoi organi si trovavano. In generale, il suo cammino è grandioso ed imponente; egli assale e soggioga il lettore; discute ed approfondisce molti grandi oggetti, come la necessità di studiare la religione, le prove storiche e morali che ne dimostrano la verità, i caratteri distintivi dai quali si deve conoscerla, la divinità di Gesù Cristo, ec. Noi non possiamo qui seguirlo in dettaglio: conten-

tiamoci di dare un' idea breve e generale del suo piano.

Qual sentimento deve provar l' uomo gettato sopra la terra, provveduto d' intelligenza, e circondato da tutte le maraviglie della natura? Tutto gli annunzia certamente un essere supremo che ha tratto l'universo dal nulla, e che lo governa a suo arbitrio. Ma si ristringerà egli ad una sterile ammirazione di tanti prodigi? È egli questo il solo omaggio che la creatura intelligente possa rendere al Creatore? Non gli deve ella un tributo perpetuo di riconoscenza e di adorazione? Ma qual culto questo essere supremo esige egli da noi? Interroghiamo i filosofi; percorriamo la *storia de' popoli*; esaminiamo le loro leggi, i loro usi, le loro opinioni religiose: noi troveremo primieramente tante sette di filosofi che si contraddicono gli uni gli altri sulla natura dell' essere supremo, sulla destinazione dell' uomo, su le ricompense e le pene che deve sperare o temere; delle religioni ove si adorano più dei, e dei sovente più corrotti e più ridicoli degli uomini, de' culti che nascono e periscono cogli imperi; dappertutto la menzogna e la superstizione che diffondono le loro tenebre sopra la terra. In questa notte di errori, un popolo nascosto nella Palestina,

non lungi dalle spiagge del mediterraneo, viene a fissare la nostra attenzione per le circostanze straordinarie della sua storia, e per la sua maniera di esistere tra tutti gli altri popoli. Egli si presenta con un solo libro, che contiene ad un tempo la storia della sua origine, le leggi politiche della sua istituzione, ed il culto religioso ch' egli rende al Creatore. Tutti gli altri popoli avevano sfigurata l'immagine di Dio; egli solo ce la presenta nella sua integrità; egli solo insegna chiaramente che l'universo è l'opera di questo Dio, che l'uomo aveva ricevuto una porzione della sua intelligenza infinita, ma che la creatura essendosi ribellata contro il Creatore, ella ha perduto in gran parte i vantaggi che aveva ricevuti dalla sua bontà; che fino d' allora è diventata soggetta al peccato, al dolore ed alla morte. Queste nozioni così semplici, così naturali spiegano, meglio di tutti i sistemi de' filosofi, l' origine del male che esiste sulla terra, e fondano le nostre speranze per una vita migliore. Esaminando vieppiù a fondo la storia del popolo ebreo, si riconosce ch' egli possiede la verità; ch' ei l'ha ricevuta immediatamente dal suo autore medesimo: si rimane colpito dalla divinità delle scritture; si ammira il compimento delle pro-

fezie; si vede nascere e sollevarsi sopra fondamenti inconcussi la religione cristiana, che è il fine ed il complemento di quella che Dio aveva data agli ebrei per un tempo prescritto ne' suoi decreti.

Pascal non solo riguardava la religione cristiana come vera, ma la credeva necessaria agli uomini per fissare la loro incertezza, per raddolcire i mali della vita, e soprattutto per consolarci in quegli ultimi momenti in cui l'anima, priva d'ogni appoggio, è vicina a cadere negli abbissi dell'eternità. Quindi sopra la cognizione del cuore umano ha stabilito molti argomenti in favore della religione. Egli pensava ancora che, per la comune degli uomini, è meglio applicarsi a farla amare e desiderare, che cercare di provarla con ragionamenti de' quali non tutti gli spiriti possono sentire la forza e le conseguenze. « La « maggior parte di quelli che intraprendono, « dice egli, a provare la Divinità agli empj, « cominciano per l'ordinario dalle opere della « natura, e ben di raro riescono. Io non « combatto la solidità di queste prove, con- « secrata dalla sacra scrittura: esse sono con- « formi alla ragione; ma sovente non sono « abbastanza conformi ed abbastanza propor- « zionate alla disposizione dello spirito di

« coloro pei quali sono destinate ..... La « Divinità de' cristiani non consiste già in un « Dio unicamente autore delle verità geome- « triche e dell' ordine degli elementi ; questa « è la parte de' pagani: essa non consiste già « unicamente in un Dio che esercita la sua « provvidenza sulla vita e sulle sostanze degli « uomini, per dare una felice serie d' anni a « quelli che l' adorano ; questo è il retaggio « degli ebrei ; ma il Dio d'Abramo e di Gia- « cobbe, il Dio de' cristiani, è un Dio d' amo- « re e di consolazione; è un Dio che riempie « l' anima ed il cuore ch' egli possiede ; è un « Dio che fa loro sentire internamente la loro « miseria e la sua misericordia infinita ; che « si unisce nel fondo della loro anima ; che « la riempie d' umiltà, di giubilo, di fidu- « cia e d' amore ; che la rende incapace di « altro fine che di sè medesimo ».

Dalla stessa raccolta si rileva, che Pascal aveva portato nello studio dell' uomo tanta profondità quanta in quello delle matematiche. Nulla uguaglia la verità e l'eloquenza colla quale dipinge le contrarietà che si trovano nella nostra natura, le nostre grandezze, le nostre debolezze, le nostre miserie, gli effetti dell' amor proprio, ec. In questo quadro sublime, l' uomo impara a conoscer-

si, ed a fissare egli medesimo il luogo che deve occupare nell' universo. « Non si fermi, « dice il nostro autore, a rimirare semplice- « mente gli oggetti che lo circondano; con- « templi la natura intera nella sua alta e pie- « na maestà; consideri quella luce risplen- « dente, posta come una lampada eterna per « illuminare l' universo; la terra gli apparisca « come un punto, al confronto del vasto giro « che quest' astro descrive; e stupisca che « questo vasto giro non è che un punto pic- « colissimo, rispetto a quello che abbraccia- « no gli astri che girano nel firmamento. Ma « se la nostra vista si ferma lassù, l' immagi- « nazione passi oltre: essa si stancherà più « presto di concepire che non la natura di « ulteriormente occuparla. Tutto ciò che ve- « diamo del mondo non è che un tratto im- « percettibile nell' ampio seno della natura. « Nessuna idea si accosta all' estensione dei « suoi spazj; noi abbiamo un bello enfiare i « nostri concepimenti, noi non produciamo « che atomi al confronto della realtà delle « cose. Essa è una sfera infinita, il cui cen- « tro è dappertutto, e la circonferenza in nes- « suna parte ».

Quale dev' essere lo stupore dell' uomo, in mezzo di queste maraviglie che colpiscono

i suoi sguardi da tutti i lati! « Ma per pre-
« sentargli un altro prodigio del pari sorpren-
« dente, ricerchi egli in ciò che conosce le
« cose più delicate; un pellicello, per esem-
« pio, gli offra nella piccolezza del suo corpo
« delle parti incomparabilmente più piccole,
« delle gambe con giunture, delle vene in
« queste gambe, del sangue in queste vene,
« degli umori in questo sangue, delle gocce
« in questi umori, de' vapori in queste gocce:
« dividendo ancora queste ultime cose, esau-
« risca le sue forze ed i suoi concepimen-
« ti, e l'ultimo oggetto a cui può giungere
« sia ora quello del nostro discorso; egli
« penserà per avventura esser quella l'estre-
« ma piccolezza della natura: voglio là den-
« tro fargli vedere un nuovo abisso: voglio
« dipingergli non solo l'universo visibile, ma
« ancora tutto ciò che è capace di concepire
« dell'immensità della natura, nel recinto di
« questo atomo impercettibile... Egli si perda
« in queste maraviglie tanto sorprendenti per
« la loro piccolezza, quanto le altre per la
« loro estensione. Di fatti chi non istupirà nel
« pensare che il nostro corpo, il quale poco
« anzi non era percettibile nell' universo im-
« percettibile esso stesso nel seno del tutto,
« sia ora un colosso, un mondo, o piuttosto

« un tutto rispetto all' ultima piccolezza a cui « non si può arrivare? »

Il pensiero è la vera prerogativa dell' uomo. Per esso egli è grande, se la voce di grandezza può essere applicata ad un essere limitato. « Egli è dal pensiero che noi ricevia« mo tutta la nostra dignità; esso ci deve « rialzare, e non già lo spazio e la durata. « Applichiamoci dunque a ben pensare; ecco « il principio della morale. Ella è cosa peri« colosa di troppo far vedere all' uomo di « quanto sia eguale alle bestie, senza mo« strargli la sua grandezza; è cosa ancor pe« ricolosa il fargli troppo vedere la sua gran« dezza senza la sua bassezza; è cosa ancor « più pericolosa il lasciargli ignorare l'uno e « l'altro; ma è cosa utilissima il rappresen« targli l'uno e l'altro ».

Apprezzi adunque l'uomo i suoi veri vantaggi, e non esca dai limiti prescritti alla sua debolezza. « Questo stato, che tiene il mezzo « tra gli estremi, trovasi in tutte le nostre « potenze. I nostri sensi non iscorgono nulla « di estremo: troppo romore ci assorda, trop« pa luce ci abbaglia: troppa distanza e trop« pa vicinanza impediscono la vista: troppa « lunghezza e troppa verità oscurano un di« scorso: troppo piacere incomoda; troppe

« consonanze dispiacciono; noi non sentiamo « nè l'estremo caldo, nè l'estremo freddo; « le qualità eccessive ci sono nemiche, e non « sensibili; noi non le sentiamo più, noi le « soffriamo. Troppa vecchiezza e troppa gio- « ventù impediscono lo spirito; troppo e trop- « po poco nutrimento turbano le sue azioni; « troppa e troppo poca istruzione lo istupidi- « scono. Le cose estreme sono per noi come « se non fossero, e noi non vi siamo rispetto « a loro: esse ci sfuggono, e noi sfuggiamo « da loro... La debolezza della ragione dell' « uomo si scorge ben più in quelli che non « la conoscono che in quelli che la conosco- « no. Se uno è troppo giovane, medesima- « mente, non giudica bene; se è troppo vec- « chio, se non vi pensa abbastanza, se vi « pensa troppo, si ostina, e non può tro- « vare la verità. Se uno considera il suo lavo- « ro immantinente dopo averlo fatto, egli « n'è ancor tutto prevenuto; se troppo lungo « tempo dopo, non vi entra più. Non vi ha « che un punto indivisibile che sia il vero « luogo per vedere i quadri; gli altri sono « troppo vicini, troppo lontani, troppo alti, « troppo bassi. La prospettiva lo assegna nell' « arte della pittura; ma nella verità e nella « morale chi lo assegnerà?... Quella mac-

« stra dell'errore, che chiamasi fantasia ed « opinione, è tanto più furba, in quanto che « non lo è sempre; poichè essa sarebbe una « regola infallibile di verità, se lo fosse infal- «'libile di menzogna. Ma essendo il più delle « volte falsa, non dà alcun segno della sua « qualità, denotando col medesimo carattere « il vero ed il falso. Questa superba potenza, « nemica della ragione, che si compiace di cen- « surarla e di dominarla, per mostrare quan- « to può in ogni cosa, ha stabilito nell'uomo « una seconda natura. Ella ha i suoi felici ed « i suoi infelici; i suoi sani, i suoi malati; i « suoi ricchi, i suoi poveri; i suoi pazzi, ed « i suoi savj: e nulla c'indispettisce di più « che di vederla colmare i suoi ospiti d'una « soddisfazione molto più piena ed intera, che « non fa la ragione: gli abili per immagina- « zione, compiacendosi in un modo diverso da « quello con cui i prudenti possono ragione- « volmente compiacersi, guardano le persone « con alterigia, disputano con arditezza e « fiducia; gli altri con timore e diffidenza: « e questa ilarità di sembiante dà loro soven- « te un vantaggio nell'opinione degli ascol- « tanti; tanto i savj immaginarj hanno di fa- « vore presso i loro giudici della medesima « natura: ella non può rendere savj i pazzi,

« ma li rende contenti, a dispetto della ra-
« gione che non può rendere i suoi amici se
« non miserabili. Una li riempie di gloria,
« l'altra li ricuopre di vergogna. Chi dispen-
« sa la riputazione? Chi dà il rispetto e la
« venerazione alle persone, alle opere, ai
« grandi, se non l'opinione? Quanto mai
« tutte le ricchezze della terra sono insuffi-
« cienti senza il suo consenso? L'opinione
« dispone di tutto: ella fa la bellezza, la giu-
« stizia e la fortuna, che è il tutto del mon-
« do. Io vorrei di buon grado vedere il libro
« italiano di cui non conosco che il titolo, e
« che vale esso solo più libri: *della opinione*
« *regina del mondo*. Adesso mi sottoscrivo
« senza conoscerlo, eccetto il male se ve ne
« ha ».

L'uomo è naturalmente vano. « Noi non
« ci contentiamo della vita che abbiamo in
« noi e nel nostro proprio essere: vogliamo
« vivere, nell'idea altrui, una vita immagi-
« naria; e noi ci sforziamo con ciò di com-
« parire. Noi ci applichiamo continuamente
« ad abbellire ed a conservare questo essere
« immaginario, e trascuriamo il vero; se ab-
« biamo o la tranquillità, o la generosità,
« o la fedeltà, noi ci affrettiamo a farlo sa-
« pere, affine di attaccare queste virtù a que-

« sto essere d' immaginazione : noi le distac-
« cheremmo piuttosto da noi per unirvele , e
« saremmo volentieri poltroni per acquistare
« la riputazione di essere valorosi » .

Ma con qual titolo l' uomo vuol egli che si pensi sempre a lui? Di che può egli insuperbirsi ? D' innalzare o di abbassare gli imperi ? « Cromwel andava a rovinare tutta la « cristianità : la famiglia reale era perduta , e « la sua per sempre possente , se un piccolo « grano di sabbia non si fissava nella sua « uretra . Roma medesima andava a tremare « sotto di lui ; ma questa piccola arena , che « altrove non era nulla, posta in quel luogo, « eccolo morto, la sua famiglia abbassata, ed « il re ristabilito » .

Di conoscere i fondamenti della giustizia? Egli gli ignora . « Non si vede presso che « nulla di giusto o d' ingiusto, che non cangi « di qualità , cambiando di clima . Tre gradi « di elevazione del polo rovesciano tutta la « giurisprudenza : un meridiano decide della « verità , o pochi anni di possesso ; le leggi « fondamentali cangiano ; il diritto ha le sue « epoche . Bella giustizia , che ha per limiti « un fiume o una montagna ? Verità di qua « de' Pireuei , errore al di là » .

Della forza del suo spirito? « Lo spirito » dell' uomo più grande del mondo non è « mai così indipendente, che non sia soggetto « ad essere turbato dal minimo romore che « si faccia intorno a lui. Non bisogna lo stre- « pito d' un cannone per impedire i suoi pen- « sieri: basta lo strepito della banderuola o « d' una girella. Non vi maravigliate se non « ragiona bene al presente: una mosca ronza « alle sue orecchie: ciò basta per renderlo « incapace di buon consiglio. Se volete che « egli possa trovare la verità, scacciate questo « animale che tiene a bada la sua ragione, « e turba quella possente intelligenza che go- « verna le città ed i regni ».

Dell' impero che ha sopra i suoi sensi e sopra la sua immaginazione? Egli al contrario n' è lo schiavo; la sua ragione è continuamente sedotta, e trascinata dagli oggetti esterni. « I « nostri magistrati hanno ben conosciuto que- « sto mistero: le loro vesti rosse, i loro ar- « mellini con cui si fasciano, i palazzi ove « giudicano, i fiori di giglio; tutto questo « augusto apparato era necessario. Se i me- « dici non avessero delle sottane e delle « mule, e i dottori non avessero delle ber- « rette quadrate, e delle vesti troppo ampie « da quattro parti, non avrebbero mai ingan-

« nato il mondo, che non può resistere a « questa comparsa autentica. Le sole perso- « ne militari non sono travestite in tal modo; « perchè effettivamente la loro parte è più « essenziale: essi si stabiliscono colla forza, « gli altri colle smorfie. Quindi è che i nostri « re non hanno cercato questi travestimenti: « non si sono mascherati con abiti straordi- « narj per comparire tali; ma si fanno accom- « pagnare da guardie e da alabarde, da quei « visacci armati che non hanno le mani « e la forza che per essi: le trombette « ed i tamburi che vanno innanzi, e qnelle « legioni che li circondano, fanno tremare i « più intrepidi: eglino non hanno solamente « l'abito, ma hanno la forza. Bisognerebbe « avere una ragione ben depurata per consi- « derare, come un altr'uomo, il gran signo- « re nel suo superbo serraglio, circondato da « quarantamila giannizzeri ».

Non mi stanco di trascrivere Pascal; ma bisogna leggere la sua opera medesima. Per quanto ella sia informe, vi si troverà qualche pagina che contiene più idee che alcuni libri interi sopra materie simili.

I primi editori di questa raccolta avevano rigettato molti pensieri interessantissimi, ed anche alcune dissertazioni molto estese e

complete nel loro genere: tali sono uno scritto sopra l'autorità in materia di filosofia, alcune riflessioni sopra la geometria in generale, un piccolo trattato dell' arte di persuadere, molti pensieri morali distaccati, ec. Tutti questi pezzi sono infinitamente preziosi, per l'aggiustatezza, la sana ragione, e le nuove vedute che vi regnano. Io ho riparato il torto che si aveva avuto di sopprimerli. I manoscritti dell' autore essendoci stati conservati dal sig. abbate Perier, suo nipote, io me ne sono procurata una copia esatta; e dietro questa copia sono state inserite nella collezione completa delle *Opere di Pascal*, stampata nel 1779, moltissime cose che non vi sono nella edizione di Porto-Reale, e nemmeno nel supplemento pubblicato dal p. Desmolets.

Tutto ciò che rimane del nostro autore mostra in generale la preferenza ch' egli dava al metodo de' geometri, sopra gli altri mezzi di cercare la verità. Il vantaggio di questo metodo consiste nel definire chiaramente tutte le cose oscure o incognite; nell' impiegar sempre nelle sue definizioni soltanto de' termini giusti e ristretti al solo significato che loro si attribuisce; nell' evitare diligentemente la ridondanza delle voci e delle idee, procurando di far conoscere ciascun oggetto con

una sola proprietà. Se queste regole si applicassero a molte quistioni di metafisica o di teologia, si taglierebbe la radice a molte dispute: ma allora quale sarebbe l'occupazione di moltissime scuole?

L'opera che Pascal destinava alla difesa del cristianesimo, era l'espressione d'una fede attiva e costante che gli faceva praticare tutte le austerità della morale evangelica. Noi abbiamo qui per testimonio la signora Perier, sua sorella: la prenderemo per guida in questa parte della sua storia. Si è già fatto rilevare, e questo racconto mostrerà ancor meglio l'ingiustizia di coloro che accusano la geometria di portarci all'incredulità ed alla sregolatezza. Perchè, di fatti, imputare a questa scienza medesima l'errore colpevole di certi geometri che, non distinguendo bastantemente le diverse specie di prove onde ciascun soggetto è capace, disprezzano o affettano di disprezzare quelle della religione? Non vi sono forse in tutti i generi degli uomini che abusano de' loro lumi? I poeti, gli oratori, i pittori, ec., sono eglino, in generale, più credenti, più divoti de' dotti propriamente detti? Non sarebbe egli ragionevole di pensare che lo studio delle scienze esatte, poco destinato ad eccitare gli applausi della

moltitudine, ci prepara alle virtù cristiane, ispirando il gusto della riflessione, l'amore della fatica, il disprezzo degli onori e della fortuna, umiliando eziandio l'orgoglio umano, colle difficoltà insuperabili che lo spirito trova ad ogni passo nelle sue ricerche, e che gli fanno sentire quanto egli sia limitato?

Pascal adempiva tutti i doveri di cristiano, come il più semplice ed il più umile de' fedeli. Non mancava mai di assistere agli uffici divini della sua parrocchia, a meno che le sue infermità non glie lo impedissero assolutamente. Nella vita privata, egli era continuamente occupato nel mortificare i suoi sensi, e nel sollevare l'anima sua a Dio. Aveva per massima di rinunziare ad ogni piacere, ad ogni superfluità. Toglieva con tanta cura ciò che gli sembrava inutile, dice madama Perier, ch' egli infine fece levare dalla sua camera tutte le tapezzerie, come mobili di lusso, unicamente destinati a rallegrare la vista. Quando veniva obbligato di fare, per la sua salute, qualche cosa che potesse lusingare i suoi sensi, aveva la cura di distrarre il suo spirito, e di allontanare qualunque idea di piacere. Egli non poteva soffrire che si lodasse in sua presenza un trattamento delicato: voleva che

si mangiasse unicamente per soddisfare l'appetito, e non per soddisfare il gusto. Al principio del suo ritiro aveva esaminato la quantità d' alimenti necessaria pel suo stomaco; non la oltrepassava mai, e qualunque disgusto ei vi trovasse, sempre la mangiava: metodo rispettabile pel suo principio, ma sovente contrario allo stato fisico e variabile del corpo umano.

La sua carità era estrema: riguardava i poveri come suoi veri fratelli: l' amore che loro portava andava tanto innanzi, che non poteva mai ricusar loro l' elemosina, benchè la facesse sovente sopra il suo necessario; poichè aveva poche sostanze, e le sue infermità l' obbligavano a spese che oltrepassavano il suo reddito. Quando gli si facevano delle rimostranze sopra i suoi eccessi in questo genere, rispondeva: *ho osservato che per quanto uno sia povero, lascia sempre qualche cosa morendo.*

Egli non approvava que' progetti di regolamenti che certi particolari propongono qualche volta per prevenire tutti i bisogni degli sventurati: egli diceva che questi progetti generali riguardano l'amministrazione, e che l'uomo privato deve cercare di servire i poveri poveramente, cioè a dire, secondo

il suo potere attuale, senza abbandonarsi ad idee speculative ed infruttuose, la cui ricerca altro d'ordinario non è che l'alimento dell'ozio o dell' avarizia.

Qualche tempo prima della sua morte, alloggiava nella sua casa un povero uomo con suo figlio, unicamente per cristiana compassione; giacchè non ne ritraeva alcuna specie di servigio. Il figlio fu assalito dal vaiuolo, e non si poteva senza pericolo trasportarlo altrove. Pascal era già egli medesimo molto ammalato: egli aveva un bisogno continuo degli aiuti di madama Perier, che alcuni affari di famiglia, e soprattutto il desiderio di vedere suo fratello, avevano da qualche tempo condotto a Parigi. E siccome ella abitava una casa particolare co' suoi figli, che non avevano per anche avuto il vaiuolo, Pascal non volle che si esponesse al pericolo di farlo loro contrarre. Pronunziò contro sè medesimo in favore del povero: abbandonò la propria casa per non tornarvi più, ed andò ad occupare presso madama Perier un piccolo appartamento, poco comodo per l'attuale suo stato.

Citeremo un altro tratto non meno notabile della sua carità. Una mattina ritornando da s. Sulpizio, dove aveva udito la messa, incontrò una bellissima fanciulla della campa-

gna, che gli domandò l'elemosina. Colpito dal pericolo al quale ella era esposta, ed avendo inteso che suo padre era morto da poco tempo, e che sua madre moribonda era stata trasportata in quel medesimo giorno all' ospedale, credette che Iddio gli mandasse questa fanciulla precisamente nel momento che aveva bisogno di soccorso. Egli la condusse subito ad un venerabile ecclesiastico del seminario: e senza farsi conoscere, diede il danaro per nutrirla e vestirla, fintanto che si potesse trovarle uno stato vantaggioso: disse a questo buon prete nel lasciarlo, che all' indomani gli avrebbe mandato una donna per aiutarlo in quest' opera pia. Il successo fu felice e pronto; la fanciulla fu collocata. Non si seppe che dopo la morte di Pascal, ch' egli era l' autore di questa buona azione. Madama Perier, nel raccontarla, non aggiunge ciò che si seppe dappoi, ch' ella ne aveva diviso il merito con suo fratello.

Mi dispenserò dal lodare Pascal sulla purità de' suoi costumi: si concepisce che con un corpo estenuato dalle infermità e dalle macerazioni cristiane, doveva fuggire senza sforzo i piaceri del senso: ma non cessava di ringraziar Dio per averlo ridotto a quello stato d' abbattimento e di languore che gli sembra-

va la situazione la più desiderabile per un cristiano. Il suo amore per la castità era così grande, che non poteva soffrire i discorsi che ad essa facessero la più leggiera offesa. Spingeva lo scrupolo sopra questo punto, sino a disapprovare gli abbracci che madama Perier faceva qualche volta a' suoi figli: credeva che questo modo di testificar loro la tenerezza, potesse avere delle conseguenze pericolose per i costumi.

Si rileva ch' egli era un poco inclinato alla vanità. E difatti, come mai non si sarebbe egli dato qualche volta al sentimento della sua superiorità? Ma egli portava sempre sopra di sè una cintura di ferro, armata di punte; e quando era sorpreso da qualche movimento d' orgoglio, *si dava*, dice madama Perier, *de' colpi di gomito per raddoppiare la violenza delle punture*, e per così richiamarsi alla modestia ed alla umiltà cristiana.

Persuaso che la legge di Dio vieta di troppo abbandonare il proprio cuore alle creature, si sforzava di moderare l' affezione che aveva pe' suoi parenti. Egli pertanto non mostrava ad alcuno quegli affetti vivi e solleciti ai quali il mondo sembra dare un gran valore; e non voleva che per lui se ne avessero. Madama Perier, nata con un' anima dolce e

sensibile, si lagnava qualche volta delle sue freddezze colla sorella Giacomina, religiosa di Porto-Reale, che la consolava e la rassicurava. Di fatti, se presentavasi qualche occasione in cui madama Perier avesse bisogno di suo fratello, egli la serviva con tanto calore e tanto interesse, che non poteva più dubitare ch' egli non la amasse sinceramente. Quindi ella attribuiva ai mali che soffriva, la maniera indifferente onde riceveva le attenzioni ch' ella gli rendeva: ignorando che questa specie d'insensibilità aveva una sorgente più pura e più elevata; ella ne fu avvertita, la sera medesima ch' egli morì, con queste parole che aveva scritto sopra una carta distaccata: « Egli è ingiusto che si abbia per me dell' « affezione, benchè si faccia con piacere e vo- « lontariamente: io ingannerei quelli ne' quali « facessi nascere questo desiderio; poichè io « non seguo il fine di alcuno, e non ho di « che soddisfarlo. Non son io vicino a mo- « rire? e così l'oggetto del loro affetto finirà. « Dunque, poichè sarei colpevole di far cre- « dere una falsità, sebbene la persuadessi « dolcemente, che fosse creduta con piacere, « e che in ciò mi avessero fatto piacere: me- « desimamente sono colpevole, se mi fo ama- « re, e se induco le persone ad affezionarsi

« a me. Debbo avvertire quelli che fossero vi-
« cini ad acconsentire alla menzogna, che non
« debbono crederlo, qualunque sia il vantag-
« gio che me ne ridondi; e parimente, che
« non debbono affezionarsi a me: giacchè fa
« d'uopo che passino la loro vita in piacere
« a Dio, o nel cercarlo ».

I prodigi operati nello stabilimento della religione gli avevano provato che Iddio ha più d'una volta interrotto il corso ordinario delle leggi della natura per istruire gli uomini: convinto che la medesima provvidenza non cessa d'invigilare sopra la sua chiesa, pensava che ella si manifesta ancora qualche volta coi miracoli; e credette di rilevarne un esempio in un avvenimento straordinario che seguì mentre egli combatteva la morale corrotta dei gesuiti. Una figlia di madama Perier, per nome *Margherita*, pensionaria nel monastero di Porto-Reale di Parigi, in età di dieci in undici anni, era afflitta da tre anni e mezzo da una fistola lagrimale della specie più cattiva: gettava dall'occhio, dal naso, e dalla bocca una materia d'un puzzo insopportabile. Il venerdì 24 marzo 1656, si fece a lei toccare la reliquia del santo spino, che il sig. de la Poterie, ecclesiastico d'alta divozione, aveva prestata al monastero di Porto-Reale; e tosto

la giovinetta si trovò guarita. Racine dice, nella *storia di Porto-Reale*, che il silenzio era sì grande in quel monastero, che più di sei giorni dopo questo miracolo vi erano delle religiose che non ne avevano udito a parlare. Non è conforme al corso ordinario delle cose, che le persone, la cui fede è la più ardente, veggano operarsi, sotto i loro occhi, un miracolo, senza essere colpiti dallo stupore, senza affrettarsi di comunicarlo, e di renderne gloria a Dio. La riserva delle religiose di Porto-Reale potrà quindi sembrare a certi spiriti, che sparga de' dubbi sul fatto medesimo: agli spiriti più favorevolmente disposti, essa proverà che la guarigione della giovane Perier non era già una di quelle molle preparate anticipatamente, uno di que' pietosi artifizj che i capi di partito si sono più volte permessi per trarre a loro la credula moltitudine.

I direttori di Porto-Reale, sinceramente persuasi del miracolo, non credettero che fosse loro permesso di tacere un favore della provvidenza così segnalato, così glorioso per la religione cattolica, e così acconcio a far trionfare la loro causa. Vollero dare al fatto la più grande autenticità. Quattro medici celebri, e parecchi chirurghi che avevano esaminato e curato la malattia, attestarono che

essa era incurabile non ostanti tutti i mezzi umani, e che la guarigione non poteva essere che soprannaturale. Il miracolo fu pubblicato colla approvazione solenne de' vicarj generali che governavano la diocesi di Parigi nell' assenza del cardinal di Retz. La maniera con cui fu ricevuto nel mondo, pose i gesuiti alla disperazione. Eglino intrapresero a negarlo: per motivare la loro incredulità, adoperavano questo ridicolo argomento: il Porto-Reale è eretico, e Iddio non fa miracoli per gli eretici. Si rispose loro: Il miracolo di Porto-Reale è certissimo; voi non potete rivocare in dubbio un fatto avverato: dunque i giansenisti sostengono la buona causa, e voi siete calunniatori. Una circostanza particolare venne all' appoggio di questo ragionamento. La santa reliquia non operava miracoli che a Porto-Reale: essendo stata trasportata presso le orsoline e presso le carmelitane, essa non ne fece alcuno; *perchè quelle religiose non avevano nemici, e quindi non avevano bisogno, come alcune di esse hanno detto, che Iddio facesse un miracolo per provare ch' egli è con loro* (1). I gesuiti scandalizzarono le persone

(1) *Si vegga la raccolta delle opere di Pascal, tomo III, pag.* 479.

pie, ed i motteggiatori si fecero beffe di loro. Nulla mancò in questa occasione al trionfo de' giansenisti. Pascal rimase convinto che la guarigione di sua nipote era l' opera di Dio, e questa fanciulla n' ebbe sempre la medesima persuasione che ha conservata per tutto il tempo di sua vita, ch'è stata lunghissima. La credenza ad un miracolo particolare, che non è nè riferito ne' libri santi, nè consecrato dalle decisioni della chiesa, non interessa la fede: la quistione riducesi ad nn semplice punto di fatto, snl quale le opinioni possono dividersi. Ma ciò che non è qui permesso di rivocare in dubbio, si è la sincerità ed il candore di Pascal, la cui rettitudine ed amore per la verità non si sono mai smentiti. Certamente non vi è nessuno, a cui la sua autorità non debba sembrare d' un gran peso. Se egli si è ingannato, bisogna rispettarlo anche nel suo errore: fa d' uopo considerare che il sentimento naturale d' un cristiano penante, a cui la religione sembra inandare delle consolazioni, si è di riceverle con una fede umile e riconoscente, e non già di sottoporle all' esame dello scetticismo.

Negli ultimi due anni della sua vita, Pascal fu tormentato da tutti i mali del corpo e dello spirito. Egli ebbe nel 1661 il dolore

di veder nascere quella lunga persecuzione sotto la quale la casa di Porto-Reale dovette finalmente soccombere nel seguito. Il pubblico favore era pei giansenisti; ma questo favore stesso non faceva che irritare di più i gesuiti, che avendo trovato il mezzo di sorprendere l'autorità, ne portarono l'abuso all'ultimo eccesso. Per giugnere sicuramente a perdere i dotti di Porto-Reale, la *società* immaginò di fare imporre alle religione di questa abbazia la legge di segnare il formolario del 1657: ben certa che il parere dei loro direttori sarebbe o di non segnar punto, o di non segnare che con restrizioni favorevoli a' suoi progetti di vendetta e di distruzione. I gran vicarj di Parigi ebbero quindi l'ordine di portarsi ai due monasteri, e di farvi eseguire questa legge con tutto il rigore. Non ho bisogno di dipinger qui il deplorabile imbarazzo in cui si trovarono le religiose, forzate di portare il loro giudizio sopra il libro di Giansenio, del quale non intendevano nè la lingua, nè la materia: rispettando da una parte l'autorità che le sollecitava, dall'altra temendo di tradire la verità; ribelli agli occhi del governo, se ricusavano di segnare, e colpevoli agli occhi de' loro direttori, se sembravano dare la loro approva-

zione ad uno scritto ch' eglino presentavano come estorto dal clero e dal papa, per gli intrighi de' gesuiti. Queste crudeli perplessità costarono la vita a Giacomina Pascal: al tempo della visita de' gran vicarj, ella era sottopriora a Porto-Reale de' campi; i contrasti violenti ch' ella soffrì, posta tra il desiderio di sottomettersi, ed i terrori della sua coscienza, fecero in lei una sì grande rivoluzione, che cadde ammalata, e morì ai 4 d'ottobre 1661: *prima vittima del Formolario*, come ella medesima diceva. Tutti quelli che la conoscevano, la piansero sinceramente. Ella aveva molto spirito e molta sensibilità; faceva de' buoni versi; nell' età di quattordici anni aveva riportato il premio di poesia, che si distribuisce a Rouen il giorno della Concezione. Si sono conservate di lei (1) molte carte, nelle quali trovasi della facilità, della naturalezza e qualche volta dell' eleganza. Pascal amava teneramente questa sorella: quando udì la sua morte, mandando un profondo sospiro, disse: *Iddio ci faccia la grazia di morire come ella*.

(1) Si vegga il libro che ha per titolo. *Raccolta di diverse scritture per servire alla storia di Porto-Reale* (1740).

In questo combattimento dell' ubbidienza e degli scrupoli, le religiose di Porto-Reale diressero alla corte alcune moderate doglianze: ma queste doglianze, interpretate dai gesuiti, ebbero il colore d'una colpevole resistenza; e si credette che i direttori del monastero vi fomentassero un' eresia pericolosa. Con tutto ciò eglino non avevano mai bilanciato a condannare le cinque proposizioni in sè stesse; avevano soltanto distinto, nella COSTITUZIONE d'Alessandro VII, due quistioni, una di diritto, l'altra di fatto: ricevevano come una regola di fede la quistione di diritto, cioè a dire, la censura delle cinque proposizioni nel senso che offrivano immediatamente, e fatta astrazione da tutte le circostanze che potevano ristringerle o modificarle; ma non si credevano obbligati di aderire all' asserzione del papa, quando diceva che le cinque proposizioni erano formalmente contenute in Giansenio, ed eretiche nel senso di questo autore; perchè era possibile, secondo essi, che i papi e la chiesa medesima s'ingannassero sopra le quistioni di fatto. Se non si fosse realmente cercata, in queste dispute, che la verità e la concordia, sembra che questa distinzione avrebbe potuto ravvicinare gli spiriti. Pascal l'aveva

pienamente adottata; essa serve di base alle due ultime *Lettere provinciali* che uscirono nel 1657. Quattro anni dopo, quando si vollero obbligare le religiose di Porto-Reale a sottoscrivere il formolario, i giansenisti mostrarono una nuova condiscendenza: consentirono che le religiose segnassero, con dichiarare semplicemente ch'esse non potevano giudicare se le proposizioni condannate dal papa, e che condannavano sinceramente, fossero ricavate o no da Giansenio. Ma questa restrizione leggera e ragionevole non potè contentare i gesuiti, che volevano assolutamente perdere i solitarj di Porto-Reale, o forzarli ad una disonorante ritrattazione. Ciò era stato preveduto da Pascal. Quindi lungi dall' approvare la facilità de' giansenisti, egli non cessava di dir loro: *Voi cercate di salvare Porto-Reale; voi non lo salverete punto, e voi tradite la verità!* Egli arrivò persino a cangiar di parere a proposito della distinzione del fatto e del diritto. La dottrina di Giansenio sopra le cinque proposizioni gli parve essere esattamente la stessa di quella di s. Paolo, di s. Agostino e di s. Prospero. Donde conoludeva che i papi, nel condannare il senso di Giansenio, si erano ingannati non solo sopra il fatto, ma ancora sopra il

diritto, e che non si poteva in coscienza segnare il formolario, se non eccettuando in una maniera ben espressa questo medesimo senso di Giansenio. Egli accusò di debolezza i solitarj di Porto-Reale: disse loro chiaramente che, ne' loro scritti diversi, avevano avuto troppo riguardo all utilità presente; e che siccome essa aveva cambiato secondo i diversi tempi, così eglino si erano troppo prestati alle circostanze. Coll' elevazione della di lui anima e colla rettitudine del suo spirito non vedeva più in tutti questi temperamenti che de' sutterfugj inventati dal bisogno, condannabili agli occhi degli uomini, ed assolutamente indegni de' veri difensori della chiesa. Si rispose a questi rimproveri, collo spiegare a parte a parte, ed in un modo ingegnoso, i mezzi di sottoscrivere al formolario, senza offendere la propria coscienza, e senza per avventura dispiacere al governo. Ma tutte queste spiegazioni non fecero cambiare sentimento a Pascal: esse ebbero anzi un effetto opposto a quello che si desiderava; cagionarono qualche raffreddamento nelle sue relazioni coi solitarj di Porto-Reale. Questa piccola mal' intelligenza, che non si occultò da una parte e dall' altra, fu nel seguito la sorgente d'un equivoco assai singolare, da

eni i gesuiti vollero trarne profitto. Il sig. Beurier, parroco di s. Stefano del Monte, uomo pio, ma del resto poco istrutto, che assistè Pascal nella sua ultima malattia, avendo sentito dire vagamente a quest' uomo celebre, che non pensava come i solitarj di Porto-Reale sopra le materie della grazia, credette che queste parole significassero ch' egli pensava come i loro avversarj. Egli non s' immaginava che si potesse essere più giansenista, se mi è lecito di così dire, che Nicole ed Arnaldo. Erano scorsi circa tre anni dopo la morte di Pascal, allorchè il sig. Beurier, sulla testimonianza confusa della sua memoria, attestò in iscritto all' arcivescovo di Parigi, Arduino di Perefixe, molinista zelante, che Pascal gli aveva detto che si era separato dai solitarj di Porto-Reale intorno alla quistione del formolario, e che non trovava in essi abbastanza di sommissione per la s. Sede. Era precisamente tutto il contrario. I gesuiti fecero uno sfoggio pomposo di questa dichiarazione: eglino non avevano potuto rispondere alle Lettere provinciali; cercavano di persuadere che l' autore le avesse ritrattate, soprattutto le due ultime, e che avesse finito coll' adottare la loro teologia. Ma i giansenisti confusero facilmente questa ridicola pre-

tensione. Alla testimonianza di Beurier si opposero testimonianze contrarie, infinitamente più circostanziate e più positive; e per non lasciare alcun dubbio, si produssero gli scritti ne' quali Pascal medesimo spiegava i proprj sentimenti. Colpito da queste prove vittoriose, e richiamando meglio alla mente le cose udite, Beurier riconobbe che aveva malamente inteso le parole del suo penitente, e ritrattò formalmente la sua dichiarazione. Finalmente i gesuiti furono forzati di convenire che Pascal era morto ne' principj del giansenismo il più rigoroso.

Ritorniamo alla sua ultima malattia. Egli fu assalito, nel mese di giugno 1662, da una colica acutissima e quasi continua, che non gli lasciava che alcuni momenti di sonno. I medici che lo curavano, testimonj de' suoi dolori, giudicavano bensì ch' essi molto indebolivano il suo corpo; ma siccome non erano accompagnati da alcun sintomo di febbre, così non riguardarono il suo stato come pericoloso. Egli era molto lontano dall' avere la medesima sicurezza; sino dal primo momento disse che i medici s' ingannavano, e che morrebbe di quella malattia. Egli si confessò più volte, e voleva che gli fosse portato il viatico; ma per non ispaventare i suoi amici,

acconsentì agli indugi che gli venivano richiesti, sulla parola de' medici che non cessavano di assicurare che da un giorno all' altro sarebbe in istato di andare a ricevere la comunione alla chiesa. Intanto i suoi dolori sempre crescevano: alla colica, che lacerava le sue viscere, si aggiunsero violenti mali di capo, e continui sbalordimenti; ben presto i suoi patimenti diventarono insopportabili. Egli era nondimento talmente rassegnato alla volontà di Dio, che non lasciò mai sfuggire il minimo atto di doglianza o d' impazienza. La sua immaginazione, riscaldata dall' ardore del male, non era occupata che da progetti di carità e di beneficenza. Fece il suo testamento, nel quale i poveri ebbero la miglior parte: avrebbe anzi desiderato di lasciar loro tutto il suo avere, se una tal disposizione non fosse stata troppo pregiudizievole ai figli della famiglia Perier, che non era ricca. Almeno non poteva fare di più pei poveri; voleva morire tra loro: domandò con istanza per più giorni d' essere trasferito agli incurabili; e non si potè farlo recedere da questa idea, che col promettergli che se guariva, egli sarebbe libero di consecrare interamente la sua vita e le sue sostanze al servizio de' poveri. Durante tutte

queste agitazioni, gli prese ai 17 agosto una convulsione così forte, che fu creduto morto. Quelli che l'assistevano erano disperati di non essersi arresi all' ardente desiderio che aveva tante volte manifestato di ricevere l'eucaristia. Ma ebbero la consolazione di vederlo ritornare in perfetta cognizione. Allora il parroco di s. Stefano del Monte, entrando col ss. sacramento: *Eccovi*, gli disse, *quegli che voi avete tanto desiderato*. Pascal si sollevò dal suo letto di dolori, e ricevete il viatico con un rispetto ed una rassegnazione che cavarono delle lagrime a tutti gli assistenti. Un momento dopo le sue convulsioni lo ripresero e non lo lasciarono più: morì ai 19 agosto 1662, nell' età di trentanove anni e dne mesi (1).

---

(1) *Pascal è sepolto a Parigi, in s. Stefano del Monte, sua parrocchia, dietro l'altare maggiore, vicino alla cappella della Madonna, a mano destra, nell' angolo del pilastro della medesima cappella. L' epitafio che segue, fu applicato a questo pilastro; ma dappoi è stato trasportato abbasso della chiesa, sopra la porta laterale alla destra:*

Pro columna superiori,
Sub tumulo marmoreo,

Il suo corpo essendo stato aperto, si trovò che aveva lo stomaco ed il fegato disseccato, e gli intestini gangrenati: si rileverà con istupore che il suo cranio conteneva una quantità enorme di cervello, la cui sostanza era molto solida e molto condensata.

Tale fu quest' uomo straordinario, che ricevè in retaggio dalla natura tutti i doni

---

Jacet BLASIUS PASCAL Claromontanus, Stephani Pascal in suprema apud Arvernos Subsidiorum Curia Praesidis filius. Post aliquot annos in severiori secessu et divinae legis meditatione transactos, feliciter et religiose in pace Christi vita functus anno 1662, aetatis 39, die 19 augusti. Optasset ille quidem prae paupertatis et humilitatis studio etiam his sepulchri honoribus carere, mortuusque etiamnum latere, qui vivus semper latere voluerat. Verum ejus hac in parte votis cum cedere non posset Florinus Perier in eadem Subsidiorum Curia Consiliarius, ac Gilbertae Pascal, Blasii Pascal sororis, conjux amantissimus, hanc tabulam posuit, qua et suam in illum pietatem significaret, et Christianos ad christiana precum officia sibi et defuncto profutura cohortaretur.

dello spirito: geometra del prim' ordine; dialettico profondo; scrittore eloquente e sublime. Se si rammenta che in una vita brevissima, oppressa da patimenti quasi continui, egli ha inventato la macchina aritmetica, i principj del calcolo delle probabilità, il metodo per risolvere i problemi della cicloide; ch' egli ha fissato in una maniera irrevocabile le opinioni ancora fluttuanti de' dotti, riguardo agli effetti del peso dell' aria; ch' egli il primo ha stabilito, sopra dimostrazioni geometriche, le leggi generali dell' equilibrio dei liquidi; che ha scritto una delle opere più perfette che siensi pubblicate nella lingua francese; che ne' snoi *Pensieri* vi sono dei pezzi d' una profondità e d' un' eloquenza incomparabile: saremo portati a credere, che presso nessun popolo, in nessun tempo, è mai esistito un genio più grande.

Tutti quelli che lo accostavano, nel commercio ordinario della vita, riconoscevano la sua superiorità: questa gli veniva perdonata, perchè non la faceva mai sentire. La sua conversazione istruiva, senza che alcuno se n'avvedesse, e potesse restarne umiliato. Egli era d' un' estrema indulgenza per gli altrui difetti. Solamente, per una conseguenza dell' attenzione che aveva di reprimere in sè me-

desimo i moti dell' amor proprio, difficilmente avrebbe sofferto negli altri l'espressione troppo patente. Diceva a questo proposito, che un onesto uomo deve evitare di nominarsi; che la pietà cristiana annienta l'*io* umano, e che la civiltà umana lo nasconde e lo sopprime. Si rileva dalle *Lettere provinciali*, e da molte altre opere, ch' egli era nato con un gran fondo di allegrezza: i suoi mali stessi non avevano potuto arrivare a distruggerla interamente. Egli si permetteva volentieri nella società quegli scherzi dolci ed ingegnosi che non offendono, e che risvegliano il langnore delle conversazioni: essi avevano d'ordinario uno scopo morale; così, per esempio, egli derideva volentieri quegli autori che dicono continuamente: *Il mio libro*, *il mio commentario*, *la mia storia*. *Farebbero meglio*, soggiungeva egli spiritosamente, *di dire: il nostro libro*, *il nostro commentario*, *la nostra storia*, *atteso che d' ordinario vi è più dell' altrui*, *che del loro*.

Egli era in venerazione nella sua famiglia, alla quale aveva ispirato il suo gusto per le scienze, e le sue opinioni teologiche, e soprattutto il suo amore per la virtù. Perier, suo cognato, morì nel 1672, colla riputazione d' un eccellente magistrato e d' un

santo: le scienze conserveranno la memoria di ciò che fece per esse, secondando le viste di Pascal sopra la gravità dell' aria. Madama Perier morì nel mese d' aprile 1687 a Parigi, in un viaggio che vi fece, avendo adempito a tutti i doveri d' una donna forte e d' una madre cristiana. L' unione di questi due sposi non fu mai turbata, perchè aveva per base la religione.

FINE.

NOTIZIA

DELLE

PRINCIPALI OPERE

DI

CARLO BOSSUT.

Alcune ragioni, delle quali è inutile di istruire il pubblico, obbligano di dare questa breve notizia, e di aggiungervi alcune testimonianze di peso. La difesa di sè stesso è di diritto naturale; e quando essa si fonda unicamente sopra de' fatti, non può dar luogo ad alcuna maligna interpretazione: *Se ipsum deserere turpissimum est*.

Bossut cominciò a farsi conoscere dalla accademia delle scienze di Parigi, con una memoria che vi lesse nel mese di dicembre 1752. Questa memoria intitolata: *Uso della differenziazione de' parametri per la soluzione di parecchi problemi del metodo inverso delle tangenti*, fu lodata ed approvata; essa è stampata nel

tomo II della raccolta *de' dotti stranieri*. Un mese dopo, l'autore essendo stato nominato professore di matematica alla scuola del corpo militare del genio, a Mézières, fu ammesso nel numero de' corrispondenti dell' accademia.

Il medesimo volume contiene due altre memorie di geometria, mandate da Bossut all' accademia, nel 1754.

Vi sono tre memorie del medesimo autore nel tomo III, vale a dire, 1° la dimostrazione d'un teorema d'Eulero, semplicemente enunziato negli atti di Lipsia (1754) sopra la determinazione di due archi d'ellisse, la cui differenza forma una quantità algebrica; 2° delle ricerche sopra parecchie questioni interessanti di dinamica; 3° una nuova maniera di dimostrare le proprietà della cicloide.

Nel 1760 Bossut divise il premio dell' accademia di Lione *sopra la miglior forma dei remi*, con Giovanni Bernoulli, il figlio, e Janneret, allievi l'uno e l'altro del celebre Daniele Bernoulli.

Nel 1761, egli divise il premio dell' accademia delle scienze di Parigi, con Gian-Alberto Eulero, degno figlio del grande Eulero. L'argomento di questo premio era: *La migliore maniera di zavorrare e caricare, come con-*

viene, una nave, ed i cangiamenti che si possono fare al carico, sia per fare postar meglio la vela alla nave, sia per procurarle maggior velocità, sia per renderla più o meno sensibile al timone. Clairaut, uno de' giudici del premio, dopo avere annunziato a Bossut il successo della sua dissertazione, in una lettera degli 8 marzo 1761, prosiegue così: *Sebbene vi avessi voluto dare volentieri tutto il premio, se la cosa fosse dipenduta da me solo, non posso però trovare svantaggioso per voi di non averne avuto che la metà, perchè mi pare che vi sia molto glorioso nella vostra età di essere proclamato eguale ad un sì gran geometra come il sig. Eulero: il trionfo intero sarebbe stato meno brillante, poichè non si sarebbe saputo sopra di chi avesse avuto luogo, ec.* La dissertazione del sig. G. A. Eulero è stampata, quanto ai principj teorici, sotto il nome di suo padre, tra le memorie dell' accademia di Berlino, per l' anno 1760.

Nel 1762, Bossut riportò il premio dell' accademia delle scienze di Parigi, sopra il quesito: *Se i pianeti si muovano in un mezzo, la cui resistenza produca qualche effetto sensibile sopra i loro movimenti.* Egli fece stampare la sua dissertazione a parte, nel 1765, ed avendola mandata all' accademia di Pietroburgo, ricevette questa risposta dal segretario, in data

del $\frac{12}{23}$ novembre 1766: *La nostra accademia imperiale delle scienze ha con sommo piacere ricevuta la vostra dissertazione sopra la resistenza dell' etere, coronata dall' accademia reale di Parigi .... I signori Euleri, padre e figlio, che, come sapete, si trovano presso di noi da alcuni mesi, avendola esaminata particolarmente, vi rendono giustizia col loro rapporto; e colla lettera qui annessa, che mi dispensa dal riferirvi circostanziatamente il sentimento dell' accademia sopra la vostra memoria, ec.*

Lettera del sig. G. A. Eulero al sig. Bossut.

Pietroburgo $\frac{9}{20}$ *novembre* 1766.

« Sono stato molto contento, signore, di « veder qui la vostra memoria sopra la resi- « stenza dell' etere, che vi ha meritato il pre- « mio dell' accademia reale delle scienze di Pa- « rigi, nell' anno 1762: siccome io aveva lavo- « rato sopra il medesimo argomento, ho ve- « duto colla maggiore soddisfazione che noi « ci siamo perfettamente incontrati sopra tutto « ciò che riguarda i pianeti principali e le « comete; ma per ciò che riguarda la luna, « vi confesso ingenuamente che non ho osato « intraprendere questa ricerca, credendo al-

« tronde che il quesito si ristringesse ai pia-
« neti principali. Quindi col più gran piacere
« ho veduto in qual modo siete riuscito a su-
« perare le difficoltà che io aveva temute; e
« se la resistenza della luna è sufficientemente
« verificata dalla sperienza, si può ora soste-
« nere che quella de' pianeti principali è qua-
« si del tutto insensibile, ec. »

Nel medesimo anno 1762, l'accademia di Tolosa aggiudicò il premio quadruplo che aveva proposto *sopra la costruzione più vantaggiosa delle dighe*, ad una dissertazione composta in comune da Bossut, e da Viallet ingegnere de' ponti e degli argini.

Nel 1765, Bossut divise il premio doppio dell'accademia delle scienze di Parigi coi signori Grognard, Bordè de Villehuet, e Gautier, sopra questo argomento: « Quali sono
« i metodi usitati ne' porti per zavorrare e ca-
« ricare, come conviene, le navi di tutte le
« grandezze e di specie differenti, il peso e
« la distribuzione delle materie che in esse
« s'impiegano, l'effetto ch'esse producono
« sopra il solco, sopra le linee d'acqua, so-
« pra le proprietà di ben portare la vela, di
« ben governare, d'essere tranquillo in mare,
« e sopra le altre qualità d'una nave; gl'in-

« convenienti a cui sono soggetti questi meto-
« di, ed i rimedj che si potrebbero apportare. »

In quest'anno medesimo 1765, Bossut riportò il premio dell'accademia di Tolosa, *sopra la ricerca delle leggi del moto, che seguitano i fluidi ne' condotti d'ogni specie.*

La medesima ricerca essendo stata proposta per l'argomento del premio dell'anno 1768, principalmente pel moto delle acque ne' tubi de' condotti, Bossut fu ancora coronato.

Il governo lo nominò, nel 1768, alla carica di esaminatore degli allievi del corpo militare del genio, vacante per la morte di Camus; e nello stesso tempo l'accademia delle scienze di Parigi lo ammise nel numero dei suoi membri. L'università di Bologna in Italia, l'accademia di Pietroburgo, quella di Torino, la società provinciale di Utrecht, ec, ed in fine l'istituto nazionale di Francia, lo hanno altresì successivamente adottato.

Di lui si trovano due memorie nel volume dell'accademia delle scienze di Parigi, per l'anno 1769,: una *sopra il modo di sommare la serie i cui termini sono delle potenze simili di seni o coseni d'archi che crescono in progressione aritmetica*; l'altra, *sopra la determinazione generale dell'effetto delle ruote mosse dall'urto dell'acqua*. La prima di queste me-

morie, fondata sopra un metodo nuovo e semplicissimo, ha avuto un brillante successo: è stata comentata o estesa dai signori Daniele Bernoulli, Eulero e Lexel (si veggano le memorie dell'accademia di Pietroburgo per l'anno 1773). La seconda contiene la soluzione generale d'un problema difficile, del quale non si erano date fin allora che soluzioni particolari ed insufficienti.

Nel 1771, Bossut pubblicò il suo *trattato teorico ed esperimentale d'idrodinamica*. Condorcet, allora segretario dell'accademia delle scienze, dopo aver dato un'idea generale di quest'opera, nel volume del 1771, conclude così: « Non vi ha che un geometra, ed un « geometra bene esercitato nella teoria e nel « calcolo, che possa dare alle sperienze la « forma che debbono avere per essere paragonabili colla teoria, perchè si possa impiegarle a rettificare le ipotesi, o a trovare una « teoria conforme alla natura; non vi ha che « un geometra che possa sapere, o quale precisione può produrre nella teoria un'esperienza il cui grado di esattezza è dato, o « reciprocamente con quale precisione le sperienze debbono esser fatte, perchè si possa « impiegarle a fondare una teoria o a verificarla. Le sperienze fatte da un geometra

« qual è il sig. abbate Bossut, debbono quindi « essere ben preziose, tanto pei matematici « che vorranno approfondire la teoria de' flui- « di, quanto pei meccanici che si occupano « nell' idraulica ». Difatti, l' idrodinamica di Bossut è divenuta un libro classico in Francia e ne' paesi stranieri.

Nel 1775, Bossut fece, per ordine del governo, una lunga serie di sperienze *sopra la resistenza de' fluidi, ec.* (Parigi, 1777).

Nel 1778, ne fece delle altre (stampate nel volume dell' accademia per questo stesso anno) *per iscoprire la legge secondo la quale diminuisce la resistenza d' una prora angolare, a misura che questa prora diventa più acuta.* Quando la velocità è molto lenta, il cambiamento di prora non ne induce che pochissimo nella resistenza; ma quando la velocità è un poco grande, come, per esempio, di 5 a 6 piedi per secondo, la resistenza diminuisce molto a misura che l' angolo della prora diventa più acuto. Bossut ha fatto delle sperienze per alcune prore angolari, che variano da 12 in 12 gradi, dall' angolo di 180°, cioè a dire, dal semplice piano, sino all' angolo di 12 gradi; ed ha rappresentato i risultati con una formola molto semplice, assai conforme ai fenomeni: egli però non la dà

che per un' approssimazione, che si può perfezionare, o rimpiazzare; il che è facilissimo per mezzo de' metodi d' interpolazione.

Quelli che vorranno ripetere queste sperienze, o paragonarle con altre, o farne di simili, sono avvertiti, e debbono prima ben considerare che la grande difficoltà si è di far andare il battello o il corpo galleggiante, esattamente in linea retta: le tortuosità possono produrre delle differenze considerabilissime ne' risultati, assoluti o comparativi.

Le sperienze sopra la resistenza ne' canali stretti e poco profondi erano un soggetto quasi totalmente nuovo. Si sapeva, dalle asserzioni de' barcaiuoli sopra i canali d' Olanda, che la difficoltà della navigazione aumentava sensibilmente nel tempo delle acque basse: Franklin aveva riconoscinto all' ingrosso la verità di questa asserzione, con una piccola sperienza in cui faceva correre un battello di 6 pollici di lunghezza sopra 2 pollici ed un quarto di larghezza, in un canale lungo 14 piedi, e largo da 5 in 6 pollici; ma oltre che non aveva alcun orologio per misurare il tempo, e che si contentava di contare i secondi colla voce, egli si era ingannato nel valutare le resistenze dalla semplice ragione inversa de' tempi, invece d' impiegare la ragione in-

versa de' *quadrati* de' tempi. Le sperienze di Bossut hanno pienamente rischiarato questo oggetto della più alta importanza per la navigazione ne' canali, sotterranei, o a cielo aperto.

I volumi dell'accademia delle scienze di Parigi, per gli anni 1774 e 1776, contengono alcune *ricerche nuove di Bossut, sopra l' equilibrio delle volte.*

Nel volume del 1777, egli ha dato *un metodo nuovo per risolvere de' problemi che si riferiscono al ritorno delle serie*, e ne ha fatto una particolare applicazione al problema di Keplero, sopra l'anomalia media de' pianeti.

Egli ha composto un corso di matematica ad uso degli allievi del corpo del genio, ed in generale ad uso delle scuole pubbliche. Questo corso, ristampato più volte' contiene molte cose che appartengono a Bossut: ci contenteremo di citare la teoria generale e diretta ch' egli ha data (cosa non fatta da alcuno prima di lui) del moto de' centri di gravità.

È conosciuto il *trattato di calcolo differenziale e di calcolo integrale*, ch' egli pubblicò quattro anni sono.

Non si fa menzione d' una gran quantità di memorie (rimaste manoscritte) ch' egli ha composte pel governo, o per l' istru-

zione de' suoi allievi, mentre era professore alla scuola di Mezieres. Ci asteniamo pure di citare gli estratti, o le memorie che ha inserite in diversi tempi ne' giornali.

Il suo *saggio sopra la storia generale delle matematiche*, ed il suo *discorso sopra la vita e le opere di Pascal*, *sono presentemente sottoposti al giudizio del pubblico*.

FINE.

ADDIZIONI E SUPPLIMENTI

DI

GREGORIO FONTANA

AL

SAGGIO SULLA STORIA GENERALE

DELLE

MATEMATICHE

DI

CARLO BOSSUT.

I.

Ampliazione della scoperta d' Archimede sul rapporto della sfera, e del cilindro di Francesco Maria Zanotti.

Nell' esame, che fece Archimede delle proprietà della sfera, e del cilindro ad essa circoscritto, egli si avvenne nella maravigliosa scoperta, che *le solidità di questi due corpi sono tra loro come le superficie de' medesimi*; la quale scoperta ei volle che servisse di ornamento al suo sepolcro; il che diede poi occasione a Cicerone di tanto applaudirsi, allorchè due secoli dopo ritrovò in Siracusa quell' insigne monumento, dicendo: *ita nobilissima Graeciae civitas, quondam vero etiam doctissima, sui civis unius acutissimi monumentum ignorasset, nisi ab homine arpinate didicisset.*

Poco più d' un secolo e mezzo indietro il celebre geometra gesuita Tacquet scoprì una proprietà consimile nel cono equilatero circoscritto alla sfera, ed anzi osservò che può esprimersi in numeri il rapporto di questo cono alla sfera, siccome in numeri pari-

mente aveva Archimede rappresentato il rapporto del cilindro alla sfera. Ma allorchè Tacquet si avvisò di circoscrivere alla sfera un altro solido, ch' egli chiamò *rombo quadrato*, trovò bensì, che questo romibo qnadrato, e la sfera stanno fra loro come le loro superficie, ma questa proporzione non potrebbe essere espressa in termini razionali, perchè è quella della diagonale del quadrato al suo lato, cioè di $\sqrt{2}$ ad 1.

L' esempio di Tacquet eccitò il rinomatissimo Francesco Maria Zanotti ad estendere incomparabilmente più il teorema di Archimede, ed anche a trasportarlo dalle figure solide alle piane, e con una indagine semplicissima, e piena di eleganza arrivò a stabilire queste due insigni proposizioni, le quali quanto più sono facili ed elementari, tanto più sono preziose e memorabili.

Proposizione I.

Ogni poligono circoscritto al cerchio sta al cerchio stesso come il suo perimetro alla circonferenza del cerchio.

Proposizione II.

Ogni solido terminato per ogni parte da piani, e circoscritto ad una sfera, sta alla sfera stessa come la sua superficie alla superficie della sfera.

Se si prende il cilindro per un prisma, e il cono per una piramide, supponendo, che le superficie curve di questi solidi sieno composte di una infinità di piani, egli è evidente, che così il cilindro, come il cono, essendo circoscritti alla sfera, debbono toccarla per tutti questi piani, il che dà immantinenti a divedere, che venendo il cilindro, ed il cono circoscritti ad una sfera, saranno alla sfera stessa, come la superficie del cilindro, e del cono alla superficie della sfera. E da ciò già si scorge, che il teorema d'Archimede, e quello di Tacquet non sono altro, che due casi particolari del teorema generalissimo di Zanotti, che non solamente gli abbraccia tutti due, ma gli estende in infinito.

In fine per aggiunta alle sue ricerche sulle figure inscritte nel cerchio, e sopra i solidi inscritti nella sfera, il Zanotti dimostra due nuovi teoremi, che meritano per la loro

generalità, ed eleganza tutta l' attenzione: eccoli:

Teorema I.

Un poligono inscritto in un cerchio non può mai essere a questo cerchio come il suo perimetro alla circonferenza, se questo poligono è tale, che vi si possa inscrivere un altro cerchio.

Teorema II.

Un corpo inscritto in una sfera non può mai essere a questa sfera come la sua superficie alla superficie della sfera, se questo corpo è tale, che vi si possa inscrivere un' altra sfera.

II.

Notizie sopra Ippocrate di Chio, e sopra la quadratura della lunula, tratte dall' insigne dissertazione di Cramer sur Hippocrate de Chio.

Ippocrate il matematico era di Chio. La sua patria lo distingue dal famoso medico, ch' era di Coo. Plutarco (1) ci dice, ch' era stato mercante. Ma egli non fece fortuna nel commercio. Senza prudenza, e senza genio per gli affari perdè per la sua sciocchezza una somma considerevole coi ricevitori del 5o a Bizanzio. Questo carattere d' Ippocrate, e questo tratto della sua vita ci è stato conservato da Aristotele (2). Filopono (3) ce ne indica un altro, che c' interessa di più. Il nostro mercante ebbe la disgrazia di cader nelle mani de' pirati, e di perdere tutto il

(1) Vie de Solon. *pag.* 413, *trad. de Dacier* 1735, *in* 12.

(2) Eudemior. *l. VIII c.* 14

(3) Joh. Gramm. *in Arist. Phys. l. I, p.* 13, *El. Aldi, Ven.* 1535.

suo. Questi corsari si rifugiarono, a quel che pare, ad Atene, poichè vi si portò a perseguitarli in giudizio. Ma andando in lungo il processo, si divertì nel suo ozio ad ascoltare i filosofi, e prese tanto trasporto per la geometria, che vi fece de' progressi maravigliosi. Questo studio sviluppò in esso un talento senza pari (1), e che non si sarebbe mai creduto di ritrovare in uno spirito altronde lento, e ottuso. Si assicura, che Clavio buon geometra del secolo XVI aveva un genio della medesima tempra.

Non so se le matematiche deviarono dal commercio Ippocrate, ma almeno ne conservò il genio. Se si crede a Giamblico (2), si fece cacciare dalla scuola di Pitagora per aver voluto far traffico della sua geometria. Questo procedere non passava per onesto, e mostrava poco giudizio, perchè i pitagorici facevano allora gran figura, e non v'era miglior compagnia della loro.

Io non altero i miei elogj, nè mi picco di dipingere il mio eroe unicamente sotto il suo bello aspetto. Ma neppure lasciamoci trop-

---

(1) *Proclo in Eucl. lib. III. pag.* 59.

(2) *Apud Fabr.* Bibl. Gr. II. 13. *pag.* 505.

po prevenire contro di lui. È raro, che un geometra non paghi tributo alla fisica. Aristotele (1) ci ha conservato un pezzo di quella d'Ippocrate, che indica del genio. Egli è un sistema sulle code delle comete. Il nostro filosofo, che le risguardava con tutt'i pitagorici come astri erranti spesso nascosti sotto i raggi del sole, e spesso perduti nell'immensità de' cieli, pensò ottimamente, che la coda non era loro essenziale. Egli l'attribuisce a de' vapori, de' quali esse si caricano, e nei quali venendo a rompersi i raggi del sole, fanno apparire un tratto di luce, allorchè la cometa è in una posizione, che permette ai suoi raggi refratti di venire ai nostri occhi. Con questo sistema pretende egli di spiegare d'onde avvenga, che le comete non appariscono se non dalla parte settentrionale de' cieli, e di rado, o non mai fra i tropici, e al di là dalla parte meridionale. Convien credere, che si considerasse ciò come un fatto, perchè Ippocrate cerca di spiegarlo. Osservazioni posteriori contraddicono questo principio. Del rimanente Aristotele nel medesimo luogo, dove cita il nostro filosofo, ci

(1) *Meteorol.* 1. 6.

dice il nome d'un suo discepolo, che pensava sulle comete, come il suo maestro. Egli si chiamava Eschilo.

Ma il lato brillante d'Ippocrate è la geometria. È egli, dice Proclo (1), che ne ha il primo composto alcuni elementi. È egli adunque, che ha aperto al suo secolo, ed a' secoli seguenti le porte della geometria, raccogliendo le scoperte considerevoli de' suoi predecessori, disponendole in buon ordine, e aggiungendovi ciò ch' era necessario per formarne un corpo ben legato. Egli è adunque il nostro geometra, per dirlo di passaggio, che ha gettato i primi fondamenti dell' opera ammirabile di Euclide. Poichè il medesimo Proclo attesta che dopo Ippocrate, Leone, poi Teudio, e quindi Ermotimo travagliarono alla perfezione degli elementi della geometria, fino a che venne Euclide, e vi pose l'ultima mano con tanto successo, che la posterità nulla vi trovò da cambiare. Ritorniamo ad Ippocrate.

Eutocio ne' suoi comenti sopra Archimede (2) ci ha conservata una lettera d'Erato-

(1) *In Eucl. l. I, p.* 19.
(1) *Pag.* 20 *Ed. in* 8, *Hervag.* 1544.

stene al re Tolomeo, nella quale gli fa la storia d'un celebre problema nella geometria. Un antico autor tragico, dice egli, introduce il re Minos, che fa ergere un sepolcro a Glauco. Gli si viene a dire, che si erano dati cento piedi per ogni verso a quest' edifizio; ma egli lo trova troppo piccolo, e ordina, che si faccia il doppio. Se si dessero 200 piedi a ciascun lato, si farebbe otto volte più grande. Raddoppiare adunque un corpo dato, conservandogli la medesima figura, era un problema da risolversi. E poichè non vi è corpo più semplice del cubo, questo problema si chiamava la *duplicazione del cubo*. Per lungo tempo, dice Eratostene, vi furono i geometri imbarazzati, quando finalmente Ippocrate di Chio opinò pel primo, che bisognava cercare due medie proporzionali fra due rette date, di cui l'una sia il duplo dell' altra, perchè allora il cubo della più piccola delle due medie è appunto il doppio del cubo della più piccola delle due date. Nel dimostrare questa proposizione ridusse il problema della duplicazione del cubo al problema dell' invenzione delle due medie proporzionali. Questa riduzione non è indifferente. Poichè sebbene questo secondo problema sia del tutto, come il primo, inacces-

sibile alla geometria elementare, pure egli è ben più facile di venirne a capo per mezzo di tentativi, e di vie meccaniche: ed è molto aver saputo ridurre due difficoltà ad una sola. Per questo stesso si loda Archimede d'aver ridotto il problema della quadratura del circolo al problema della rettificazione della sua circonferenza, e d'aver ridotto alla quadratura del circolo la misura de' coni, de' cilindri, della sfera, e delle loro superficie. E per questo pure oggidì parecchi bei problemi non sono risoluti, che *concessis figurarum quadraturis*, cioè che la soluzione di questi problemi è ridotta alla quadratura di alcuni spazj terminati da linee curve. L'utilità di queste riduzioni è grandissima nella pratica. Così Proclo, che attribuisce (1) ad Ippocrate l'invenzione di questo metodo, gli dà per tal motivo i più grandi elogj, e ne parla come d'un genio tanto felice nella geometria quanto chiunque altro.

Ma la scoperta d'Ippocrate, che lo ha fatto conoscer di più alla posterità, è la quadratura della lunula. Quantunque ciò sia una cosa conoscintissima, pure non sarà inutile

(1) *In Eucl. l. III. pag.* 59.

di farne qui un motto. Si chiama lunula (Μηνισκος) una figura di mezza luna terminata da due archi di circolo. Immaginatevi adunque un circolo con un quadrato, di cui le diagonali sono i diametri di questo circolo. Immaginatevi inoltre quattro semicircoli descritti sui quattro lati del quadrato, che fanno coi quattro archi del gran circolo quattro lunule. Poichè un quadrato non è se non la metà del quadrato della sua diagonale, ed i circoli sono fra loro come i quadrati dei loro diametri, il circolo, al quale è inscritto il quadrato, e che ha per diametro la sua diagonale, è duplo d'un circolo, che avrebbe per diametro il lato; è dunque eguale ai quattro semicircoli descritti sui lati di questo quadrato. Quindi essendo sì il gran circolo, come i quattro semicircoli, che sono ad esso eguali, i segmenti, che sono comuni a queste figure, vi sarà eguaglianza ne' residui, che sono il quadrato inscritto al circolo da un lato, e le quattro lunule dall'altro. Ciascuna lunula è adunque eguale al quarto del quadrato, che è esso medesimo un quadrato.

Ecco il primo spazio circolare, che è stato quadrato, e questa quadratura, indipendentemente da ciò, ch'essa ha di curioso, giova a prevenire un errore, nel quale si po-

trebbe cadere, ed il quale par che non siasi schivato neppure da Descartes (1). È questo di credere, che le linee rette, e curve sono d'una natura così dissomigliante da esser impossibile di paragonarle insieme. Ippocrate aveva dunque luogo di applaudirsi della sua scoperta, e meriterebbe ogni sorta di elogj, se si fosse limitato a questa. Ma qualche passo, che volle fare più oltre, lo fece cadere in un sofisma, ch' io non so se si troverà ingegnoso, o grossolano. Eccolo. Concepite due circoli, de' quali una abbia un diametro doppio dell'altro; sarà dunque quattro volte più grande. Inscrivete a questo un esagono regolare, di cui ciascun lato eguale al semidiametro di questo gran circolo sarà eguale al diametro intiero del piccolo circolo. Sui sei lati di questo esagono descrivete sei semicircoli, che coi sei archi del gran circolo fanno sei lunule. Ciascuno di questi semicircoli essendo eguale alla metà del piccolo circolo, si avranno, contando queste due metà, otto semicircoli eguali insieme a quattro circoli, ciascuno della grandezza del piccolo, eguali per conseguenza al gran circolo, che è il qua-

(1) *Geom. l. II. p.* 39. *Edit.* 1659. *in* 4.

druplo del piccolo: Se adunque si sottraggono i segmenti, che sono comuni al gran circolo, ed agli otto piccoli semicircoli, i residui sono eguali. Dalla parte del gran circolo resta l'esagono, e dalla parte degli otto semicircoli restano il piccolo circolo, e le sei lunule. Dunque se si cavano dall'esagono, figura rettilinea, e capace di quadratura, le sei lunule, che sono egualmente capaci di quadratura, resterà uno spazio capace di quadratura eguale al piccolo circolo. Si è dunque trovata la quadratura del circolo cercata con tanto calore fin d'allora come a' nostri giorni. Gran peccato che un ragionamento di sì bella apparenza, e che porta ad una conclusione sì desiderata, si rivolga in sofisma all'ultima linea! L'errore consiste nell'affermare, che le sei lunule sono capaci di quadratura. Che? direte voi, non lo son elleno? No, quelle che Ippocrate ha ridotte a quadratura, non son quelle che impiega qui. Le prime erano comprese fra una semicirconferenza, e un quarto di circonferenza. Le altre sono pur terminate da un lato da una semicirconferenza; ma l'arco, che le termina dall'altro lato, non è che la sesta parte della sua circonferenza. Le une sono capaci di quadratura; le altre non lo sono; come dovreb-

bono esserlo per dare la quadratura del circolo. Si stenta a credere, che Ippocrate abbia potuto ingannarvisi, egli ch'era sì buon geometra. Quindi Blancano (1) pieno di zelo per l'onore del nostro matematico pretende, ch' egli per sè non rimanesse ingannato dal proprio sofisma, e che lo proponesse soltanto per divertirsi, e per tentare l'abilità degli altri geometri. Bisogna aver tutta la penetrazione per leggere tanto avanti ne' pensieri. Per me non saprei veder le cose sì da lungi. Mi basta, che Ippocrate abbia creduto, o abbia mostrato di credere d' aver trovato la quadratura del circolo col mezzo delle lunule. È d'uopo che io nomini i miei garanti. È il primo Aristotele, che parla in più luoghi del sofisma delle lunule (2), o come talvolta lo chiama della quadratura per mezzo de' segmenti. Nel I° libro *de Sophist. Elench.* (3) attribuisce nominatamente a Ippocrate questo paralogismo (ψευδογραφημο) espressione felice, poichè l'errore non viene che da una

(1) Loca Mathem. *Aristot.* §. 16.
(2) Anal. prior. II. 25.
(3) *Phys.* I. *n. cap.* 10.

falsa figura) e l' oppone ai sofismi d' Antifone e Brizone, i quali, ei dice, peccando contro i principj della geometria non meritano d' essere confutati da un geometra, laddove quello d' Ippocrate ritenendo i principj domanda una confutazione geometrica. Quel, che Aristotele indica in due parole, i suoi comentatori lo spiegano a lungo. Non parlo già de' comentatori moderni, a' quali si sarebbe in diritto di chiedere, d' onde l' hanno inteso. Parlo degli antichi, Alessandro d' Afrodisia, Temistio, Simplicio, Giovanni il gramatico, ec., che hanno scritto nel V, VI, e VII secolo, voglio dire in tempi, ne' quali sussistevano ancora de' monumenti, che in seguito la falce del tempo, l' ignoranza de' cristiani, e la cieca pietà degli arabi hanno distrutti. Ne' loro comenti ai citati luoghi d' Aristotele non lascian di dirci, che il sofisma delle lunule è d' Ippocrate di Chio, che ha il primo considerata, e ridotta al quadrato questa figura. La loro testimonianza non è una semplice tradizione, ed è rispettabile per la loro unanimità.

Non si può dubitare, che non faccia allusione a questo sofisma Entocio nella prefazione del suo comento sulla misura del circolo

di Archimede (1). Egli vi dice, che questo grand'uomo ha ricercata una cosa, sopra la quale essendosi molto esercitati Ippocrate di Chio, ed Antifone, non hanno prodotto, che i paralogismi noti a cento, i quali hanno letta l'istoria della geometria di Eudemo, e le Κηρια d'Aristotele. Lascio questo titolo in greco non sapendo come tradurlo nella nostra lingua. Κηριον significa una pasterella di cera, una pastina di mele: ora qual rapporto di questa parola col titolo di un libro? È vero, che i titoli singolari possono essere ben antichi, avendo la loro origine nella bizzarria dello spirito umano, e nella smania di metter dello spirito dappertutto.

A questa turba di testimonj il sig. Hein oppone il solo Proclo, il quale nel secondo libro del suo comento sopra Euclide attribuisce la quadratura della lunula a Enopido. Ora sarebbe giusto di bilanciare la sua testimonianza con quella degli altri, e disputare chi meriti la preferenza. Ma senza fermarci a questo confronto contrappongo a Proclo Proclo medesimo. Al III libro (pag. 59.) del citato

(1) *Pag.* 49. *Edit. Hervag.* 1544.

comento parlando d'Ippocrate di Chio in occasione del suo metodo delle riduzioni, dice positivamente, che ha ridotto al quadrato la lunula *οσ και Μηνισκον τετραγωνισεν*. A chi crederem noi dunque, se Proclo è il nostro solo oracolo? A Proclo, che afferma aver Ippocrate ridotta al quadrato la lunula, o a Proclo, che regala ad un altro quest' invenzione? Per me non credo, che sia questo problema difficile a risolversi.

Anzi sono d'opinione, che questo non sia problema. Nel luogo, dove si vuole, che Proclo parli d'Enopido come di quello, che ha ridotta a quadrato la lunula, pretendo in vece, che l'attribuisca ad Ippocrate. Siccome l'opinione contraria è quella di Hein, e Fabricio (1), due testimoni, i di cui lumi sono di gran lunga superiori ai miei; così non oserei pensare diversamente da loro senza le prove più decisive. Mi accingo a procurar di svilupparle, e per quest'oggetto comincio dal presentare il testo di Proclo tal quale si trova nell'unica edizione, a quel che io penso, di questo autore. Ella è quella d'Hervagio

---

(1) *Bibl. Graec. l. II c. 14 §. 18.*

a Basilea 1533. Noi riportiamo questo testo nel suo originale a piè di pagina (1).

Io convengo poi con questi due scrittori, che questa frase ripetuta ὁ τὸν τῆ Μηνισκῃ τετραγωνισμὸν εὑρὼν καὶ Θεόδωρος ὁ χυρηναῖος dev' esser tolta in uno dei due luoghi, dov' essa si trova. Non è credibile, ch' Enopido, e Ippocrate abbiano tutti e due trovata la lunula. La ripetizione di Teodoro di Cirene è visibilmente viziosa, e la parola χῖος, che precede la frase nell' uno, e nell' altro

(1) Μετὰ δὲ τούτους (Πυθαγόραν) Ἀναξαγόρας ὁ Κλαζομένιος πολλὰ ἐφήψατο κατὰ Γεωμετρίαν, καὶ Οἰνοπίδης ὁ Κῖος, ὁ τὸν τῆ Μηνίσκῃ τετραγωνισμὸν εὑρὼν, καὶ Θεόδωρος ὁ Κυρηναῖος ὀλίγῳ νεώτερος ὢν τῆ Ἀναξαγόρᾳ ὢν καὶ ὁ Πλάτων ἐν τοῖς Ἀντερασταῖς ἐμνεμόνευσεν, ὡς ἔοικε τοῖς μαθήμασι δόξαν λαβόντων; Ἐφ' οἷς Ἱπποκράτης ὁ Κῖος, ὁ τὸν τῆ Μηνίσκῃ τετραγωνισμὸν εὑρὼν καὶ Θεόδωρος ἐγένοντο ὡς περὶ Γεωμετρίαν ἐπιφανεῖς. Πρῶτος γὰρ ὁ Ἱπποκράτης τὸν μεμηνευμένων, καὶ στοιχεῖα συνέγραψε. Πλάτων δὲ ἐπὶ τούτῳ γενόμενος καὶ τ. λ. (pag. 19. cit. Edit.)

luogo potè facilmente dar luogo al copista, o allo stampatore di ripetere per isbaglio questa linea. Ma in luogo di levarla dal secondo posto, come han fatto Hein, e Fabricio, credo che debba piuttosto levarsi dal primo, ed ecco le mie ragioni.

I. Questi scrittori fan dire a Proclo, che la lunula è stata ridotta al quadrato da Enopido, e non da Ippocrate: cosa contraria alla testimonianza d'Aristotele, di tutt' i suoi comentatori, e di Proclo stesso.

II. Secondo essi, Proclo dopo aver nominato Anassagora, Enopido, e Teodoro, dice che Platone ne ha fatta menzione nel suo dialogo *degli Amanti*. Questa citazione sarebbe falsa: Platone in quest' opera non parla che d'Anassagora, e d'Enopido. Non dice una parola di Teodoro.

III. Fanno fare qualche sollecismo a Proclo. Poichè avendo cancellato ciò ch'essi vogliono soppresso, resterebbe Εφ οις Ιπποκρατης ο χιος εγενοντο περι Γεωμετριαν εσιφανεις. Chi potrebbe tollerare questi plurali dopo il singolare? Quindi il sig. Fabricio cangia di propria autorità εγενοντο in εγεντο, e εσιφανεις in εσιφανης.

IV. Malgrado questa correzione rimane ancora qualche inconvenienza nel ripetere, che fa

Proclo, il nome d'Ippocrate nella medesima linea senza necessità. Questi scrittori gli fanno dire Εφ οις Ιπποκρατης ο χιος εγενετο περι Γεωμετριαν επιφανης. Πρωτος γαρ ο Ιπποκρατης των μνημονευομενων και στοιχεια συνεγραψε: Ciò è per lo meno un difetto di stile, di cui non si troveranno esempj in questo autore.

V. Un poco sopra Proclo diceva Αναξαγορας .... και Οινοπιδης .... και Θεοδωρος ολιγω νεωτερος ων τυ Αναξαγορυ. Vuol egli dire del solo Teodoro, ch'era un po' più giovine di Anassagora? Ma allora perchè mettere Enopido in mezzo, ed unirlo a Teodoro piuttosto che ad Anassagora? Vuol egli dire di Enopido, e di Teodoro, che sono stati alquanto più giovani di Anassagora? Ma allora perchè νεωτερος, e non νεωτεροι?

VI. Sfuggo tutti quest'inconvenienti senza fare alcun cambiamento al testo che quello di cancellare dal primo luogo quella frase, che si conviene doversi togliere in qualche luogo. In tal guisa Proclo dice, che *dopo Pitagora Anassagora di Clazomene si appigliò estremamente alla geometria, come ancora Enopido di Chio un poco più giovane d'Anassagora, de' quali parla Platone ne' suoi Amanti, come avendo acquistata della riputazione nelle*

matematiche. Dopo essi Ippocrate di Chio, quegli, che ha trovata la quadratura della lunula, e Teodoro di Cirene si sono resi illustri nella geometria. Perchè Ippocrate è il primo, che ha composto gli elementi, e Platone formato su questo, ec.

VII. Questo racconto va perfettamente d'accordo con ciò che noi sappiamo d'altronde della cronologia di questi matematici. Anassagora è nato secondo Diogene Laerzio il primo anno della 70. Olimpiade; Enopido, un po' più giovane di lui, sarà nato verso la 72.; Ippocrate, e Teodoro, che son posteriori, saranno venuti alla luce nella 80.; di modo che Platone, nato nell' Olimpiade 88., avrà potuto benissimo essere discepolo di Teodoro, come c'insegna Diogene Laerzio III. 6., e come sembra indicarsi da Proclo.

È difficile di combinar così bene la cosa nel sistema de' signori Hein, e Fabricio. Se Teodoro è soltanto un poco più giovane di Anassagora, è d'uopo che sia nato verso l'Olimpiade 72., o al più 75., e che abbia avuto 60. anni alla nascita di Platone. Sarebbe adunque stato ben vecchio, quando Platone dell' età di circa 30. anni andò a studiare sotto di lui a Cirene.

VIII. Queste prove vengono corroborate dalla seguente considerazione. Evvi nelle verità geometriche un ordine, che non permette di capire, meno ancora d'inventare quelle, che seguono, senza conoscere quelle, che precedono. La quadratura della lunula parmi, che supponga queste due proposizioni: che un quadrato non è se non la metà del quadrato della sua diagonale; e che i circoli sono fra loro come i quadrati dei loro diametri. Credo volentieri, che la prima sia stata conosciuta da Enopido, e prima di lui da Pitagora, essendo essa una conseguenza semplicissima della proposizione trovata da questo gran filosofo, che il quadrato dell'ipotenusa è eguale ai quadrati dei due altri lati. Ma non opino così della seconda. Almeno la dimostrazione, che ne dà Euclide (1), suppone una geometria molto avanzata. Stenterei dunque a credere, che Enopido ne fosse inventore, quando le sue principali scoperte sono state secondo Proclo (2) la 12, e la 23 proposizione del I. libro degli elementi: *abbas-*

---

(1) *Lib. XII. Prop.* 2.
(2) *Lib. cit. pag.* 75 e 87.

sare una perpendicolare: e *fare un angolo eguale ad un angolo*. Vi corre molto da queste proposizioni alla lunula. Ma ne' 30 o 40 anni, che son passati da Enopido ad Ippocrate, la geometria coltivata con calore dai più bei genj fece senza dubbio de' grandi progressi, e questi, che aveva tentato, ed avanzato fino a un certo punto il problema della duplicazione del cubo, ha potuto naturalissimamente esser tentato di travagliare sulla quadratura del circolo, e ha dovuto avere i principj necessarj per la quadratura della lunula.

Se sono riuscito a riabilitare Ippocrate alla gloria dell' invenzione della lunula, sarà molto inutile di allontanare le somiglianze, che il sig. Hein trova fra Enopido, ed Ippocrate, e dalle quali par che voglia inferire, che Ippocrate non è se non un personaggio d' immaginazione copiato dietro Enopido.

Hanno essi vissuto, ei dice, nei medesimi anni. Ma anzi Proclo comunque si legga, dice, che Ippocrate non è venuto che dopo Enopido. Si può ben dare, che gli anni della vecchiezza di uno sieno stati quelli della gioventù dell' altro. Ma questo stesso li distingue abbastanza.

Sono stati ambidue, continua il sig. Hein, poco stimabili in fisica. Convengo, che ciò

provi molto bene d'Enopido, sebbene sia vero, che i fisici di quella età meritino qualche indulgenza. Ma non veggo, che abbia dimostrato, che Ippocrate fosse un cattivo fisico. La sua opinione sulle code delle comete, che è quanto ci resta della sua fisica, può bene esser falsa, ma non è però tanto da disprezzarsi, che parecchi moderni non l'abbian fatta rivivere (1). Sembra ancora, che si possa conchiudere, che il nostro filosofo avea già osservato, che le code delle comete si estendono sempre verso il lato opposto al sole, osservazione, della quale i moderni si fanno onore. È vero, che il sig. Hein trova il carattere d'un fisico ignorante nella semplicità d'Ippocrate, che gli fece perdere una somma rispettabile coi ricevitori di Bizanzio. Ma credo, che abilissimi fisici possono essere ingannati dai finanzieri, e che coloro, i quali non hanno alcuna tintura di fisica, non sono però meno atti ad evitare le insidie di questi uomini.

Il sig. Hein aggiunge, che Ippocrate, come Enopido, è stato in Egitto. Si fonda

(1) *Vedi Riccioli, Almagest. lib. VIII. sect. II. c. 25.*

sul passo di Plutarco, che parlando de' filosofi, i quali commerciarono, nomina Talete, Ippocrate, e Platone. Ma quantunque il primo, e l'ultimo abbian fatto il viaggio d'Egitto, non vedo come il sig. Hein sia in diritto d'inferire altrettanto d'Ippocrate. Non si poteva egli commerciare senz' andar nell' Egitto?

Non penso, come il sig. Hein, che il traffico, che Ippocrate faceva della sua geometria, fosse nel carattere d'Enopido. Egli non ha stabilito, che questo filosofo fosse avaro interessato.

Finalmente non essendo verisimile, che Enopido abbia parte alla quadratura della lunula, mi si può ben permettere di conchiudere, che Enopido, e Ippocrate sono stati due uomini differenti, benchè tutti due di Chio, tutti due matematici, tutti due della setta di Pitagora.

III.

Dichiarazione solenne dell' Accademia delle Scienze di Parigi contro i quadratori.

Molto opportunamente il Maupertuis termina il suo discorso accademico sul *progresso delle scienze* coll' articolo intitolato *ricerche da proibirsi*, ed annovera fra queste i tre problemi, che possono a gran ragione chiamarsi le chimere delle scienze, vale dire la *pietra filosofica*, la *quadratura del cerchio*, e il *moto perpetuo*. Si può proibire la ricerca della pietra filosofica agli speculatori, come la loro certa rovina; la quadratura del cerchio, come affatto inutile per la pratica oltre i termini già conosciuti; e il moto perpetuo come impossibile. Ciò ha impegnato l'Accademia delle scienze di Parigi a dichiarare con gran solennità, ch'ella non esaminerebbe più niuna quadratura di cerchio, come neppure trisezione di angolo, o duplicazione di cubo, o moto perpetuo. Ecco come si esprime il segretario dell'Accademia Condorcet, ch'era egli stesso un sommo geometra.

« Si può considerare questa soluzione (delle quadrature del cerchio) sotto due punti

di vista. Infatti si può cercare o la quadratura del cerchio intero, o la quadratura di un settore qualunque, di cui è nota la corda; il secondo di questi problemi è riguardato come assolutamente impossibile. Gregory, Newton, la cui autorità è così grande, anche in una scienza, dove l'autorità ha sì poco impero, hanno dato delle dimostrazioni differenti dell'imposibilità di questa quadratura indefinita. Giovanni Bernoulli ha provato, che il settore cercato era espresso da una funzione logaritmica reale, ma che nella sua forma contiene degl'immaginarj; quindi risulta, che niuna funzione reale, sia algebrica, sia logaritmica, e sotto una forma reale, non può rappresentare il valore d'un settore di cerchio indefinito; che l'equazione fra il settore, e la corda non può essere costrutta coll'intersezione dei rami delle superficie curve, o reali, o posta sotto una forma reale, e si può conchiudere da questa riflessione l'impossibilità assoluta della quadratura indefinita.

I geometri sono meno d'accordo sull'impossibilità del problema, perchè accade spesse volte di ritrovare per certi valori particolari alcune quantità, la cui espressione è impossibile in generale, ma un'esperienza di

più di settant'anni ha mostrato all'Accademia, che niuno di quelli, che le mandavano delle soluzioni di questi problemi, non ne conoscevano nè la natura, nè le difficoltà; che nessuno de' metodi da essi adoperati avrebbe potuto condurli alla soluzione, quand'anche essa fosse possibile. Questa lunga esperienza ha bastato per convincere l'Accademia del poco vantaggio, che risulterebbe per le scienze dall'esame di tutte queste pretese soluzioni.

Altre considerazioni hanno ancora determinato l'Accademia: corre un rumore popolare, che i governi hanno promesso delle ricompense considerabili a colui, che arriva a sciogliere il problema della quadratura del cerchio, che questo problema è l'oggetto delle ricerche dei geometri più celebri: sulla fede di questi rumori una moltitudine d'uomini molto maggiore, che non si crede, rinunzia ad altre occupazioni utili per darsi alla ricerca di questo problema, bene spesso senza intenderlo, e sempre senz'avere le cognizioni necessarie per tentarne la soluzione con buon esito: niuna cosa era più propria a disingannarli, che la dichiarazione, che l'Accademia ha giudicato di dover fare. Molti avevano la disgrazia di credere di aver riuscito, ricusavano di arrendersi alle ragioni, colle quali i

geometri attaccavano le loro soluzioni, bene spesso non potevano intenderle, e finivano con accusarli d'invidia, o di mala fede. Alcune volte la loro ostinazione ha degenerato in una vera follia; ma la non si riguarda come tale, se l'opinione, che forma questa follia, non offende le idee ricevute dagli uomini, se essa non influisce sulla condotta della vita, se non turba l'ordine della società. La follia dei quadratori non avrebbe dunque per essi verun altro inconveniente fuor della perdita di un tempo bene spesso utile alla loro famiglia; ma per mala sorte la follia si ristringe di rado ad un solo oggetto, o l'abitudine di sragionare si contrae, e si estende, come quella di ragionar giustamente: questo è ciò che è accaduto più d'una volta ai quadratori. Dall'altra parte non potendo essi dissimulare a sè stessi, quanto sarebbe singolare, che fossero arrivati senza studio a quelle verità, che gli uomini più celebri hanno inutilmente cercate, si persuadono quasi tutti, che vi sono arrivati per una protezione particolare della provvidenza, e non vi ha che un passo da questa idea a quella di credere, che tutte le combinazioni bizzarre d'idee, che loro si presentano, sono altrettante inspirazioni. L'umanità adunque

esigeva, che l'Accademia persuasa dell' inutilità assoluta dell' esame, ch' ella avrebbe potuto fare, delle soluzioni della quadratura del cerchio, cercasse di distruggere con una pubblica dichiarazione siffatte opinioni popolari, che sono state funeste a parecchie famiglie ».

Non ci voleva altro che un cervello strambo, e bislacco, come quello del peraltro ingegnoso Linguet, per condannare, come egli fa ne' suoi *Annali politici*, questa dichiarazione sì saggia, e sì opportuna della prima Accademia d'Europa. Ma che cosa aspettarsi da chi condanna gli ottici, perchè dimostrano che gli oggetti esterni si dipingono alla rovescia nella retina? Che cosa aspettarsi dal panegirista de' governi dispotici dell' Asia, dall' apologista de' Neroni, de' Domiziani, de' Caligoli?

IV.

Inverisimiglianza degli specchj a grandi distanze degli antichi, e particolarmente di quelli di Tolomeo.

Smith nel suo *Corso completo di ottica* tom. I. lib. I. cap. IV. osservazione 5. dice: *È pur anche inverisimile la storia, che Porta racconta* (Magia nat. *l.* 17. *c.* 11.) *che Tolomeo* (*cioè l' Evergete o Benefico*) *co' suoi specchj* (specula) *poteva distinguere i vascelli alla distanza di seicento miglia, ciò che i nostri migliori telescopj non potrebbero fare. Il sig. Waller crede, ch' egli avesse degli spioni sulle sue torri* (specula) *disposte a varie distanze, e che si dessero de' segni dalla prima all' ultima. Il dottor Hooke ci ha dato a questa occasione de' metodi ingegnosi per abboccarsi per mezzo di segni a grandi distanze* (Philos. expér. et observ. par Hooke). Il Muschembroek nella sua *Introd. ad Phil. Nat. tom.* 11. §. 1955. dice: *Antiquis Ægyptiis* (*telescopium*) *innotuisse, ejusque beneficio naves ex specula in pharo Alexandriae erecta ad* 600. *milliarium distantiam detegi potuisse*. (L' Hist. de l'Acad. des Belles-lettres,

tom. I. pag. 136) *verosimile non est, quum curvatura terrae sit impedimento .*

Per provare matematicamente l'impossibilità di scoprire dalla cima del faro di Alessandria le navi alla distanza di 600 miglia, basta osservare che il raggio visuale, il quale dalla cima del faro si stende oltre sino a diventare una tangente del cerchio massimo terrestre (che è la massima lontananza, a cui la curvità della terra permette alla vista di estendersi) diviene pel supposto la tangente di un arco, la quale ha 600 miglia di lunghezza. Quindi è, ch' essendo il semidiametro terrestre di 3440 miglia italiane, se si dirà come 3440 a 600, così il seno tutto al quarto proporzionale, questo quarto sarà la tangente di un arco espressa in parti del seno tutto delle tavole ordinarie, cioè . . . . . Log. 60 = 1,7781512

Log. 344 = 2,5365584

9,2415928

Al logaritmo 9,2415928 di questa tangente corrisponde nelle tavole l' arco di 9° 54″, il quale ha per secante 101511, onde supera il seno tutto 100000 di 1511. Dunque facendo come 100000 : 1511 :: 3440 : 51, 9784, si trova che l' altezza del faro doveva

essere a un di presso = a 52 miglia italiane, per poter dalla sua cima scoprire in distanza di 600 miglia una nave, il che è più che bastante per mostrare l'enorme assurdità d'un tale racconto. Ved. Cagnoli *Trigon.* §. 223 in fine.

Si può consultare sopra ciò il Priestley *Storia dell' ottica* tradotta in tedesco da *Klügel* pag. 562. dove si confuta il P. Abat, che spaccia per vera, senz' allegar documenti, la favola del telescopio, o specchio di Tolomeo Evergete.

Nel tom. I. dell' *Hist. de l' Acad. Roy. des Inscrip. et Bell. Lett.* Paris 1736 pag. 109 *de l' Hist.* nell' articolo *De l' origine du verre, et de ses différents usages chez les anciens* si legge: *M. de Valois en a composé un traité entier, dont il a lu différentes parties à l' Académie en* 1709, *et en* 1710..... In questo trattato sostiensi fra le altre cose che *il semble aussi malgré l' opinion commune, qu'ils avoient* (gli antichi) *comme nous, si toutefois ce n'est pas d'eux-mêmes que nous le tenons, l' art de faire avec des verres des lunettes d' approche. En effet on lit qu'un Ptolomée Roi d' Egypte avoit fait bâtir une tour, ou une observatoire dans l'isle, où étoit construit le pharo d' Alexandrie, et qu'au haut de cette tour il avoit fait*

placer des lunettes d'approche d'une portée si prodigieuse qu'il découvroit de soixante milles les vaisseaux ennemis, qui venoient à intention de faire quelque descente sur les côtes.

Se la distanza era di sole 60 miglia secondo il Valois, allora l'arco terrestre tra il faro, e la nave era di 1°, la cui secante è 100015, cioè di 15 maggiore del raggio. Dunque facendo 100000 : 15 : : 3440 : $\frac{51600}{100000} = \frac{516}{1000}$, ne viene l'altezza del faro d'un mezzo miglio, che è ancora eccessiva, ed incredibile.

V.

Dei tentativi fatti per discoprire la longitudine e la costruzione delle mostre per tale oggetto colla grande accuratezza a cui queste sono state ultimamente portate (1).

La scoperta della longitudine è di tanta importanza all' arte della navigazione, che parecchie nazioni hanno creduto espediente di offrire dei premj all' artista, o allo scienziato, che arrivasse a trovarla. In Portogallo, in Spagna (2), in Olanda (3), in Francia, in

---

(1) The European magazine, and London Review containing the literature, History, Politics, Arts, Manners, and amusements of the age. *By the Philological Society of London. Vol.* 25. *From Jan. to June* 1794. *London* 1794 *in* 8*vo.*

(2) *Filippo III solennemente si obbligò di dare* 100000 crowns *spagnuoli a chi sciogliesse il problema.*

(3) *Gli Stati generali promisero* 10000 *fiorini.*

Inghilterra (1) furono proposte delle considerabili ricompense per animare alla ricerca. In tal modo parecchi in varie parti d' Europa vennero eccitati a tentare una scoperta, che la sua importanza onorerebbe bastantemente chiunque la facesse, e certamente l' intraprendere una cosa di tanta conseguenza per salvar la vita di que' bravi uomini, che si espongono a tutt' i pericoli dei venti, e delle onde, merita la stima, e la gratitudine della società. Dei varj tentativi fatti per giugnere a questo fine desiderabile noi daremo un succinto ragguaglio.

Verso la metà del XVII secolo diverse macchine, e varie misure furono proposte, ma tutte riuscirono inutili. Nel 1603 Guglielmo *Le Nautonnier* pubblicò un' opera intitolata *Métromètrie de l' aimant*, ovvero l' arte di scoprire la longitudine per mezzo della variazione dell' ago magnetico. Questo metodo però non era suo, ma di Tnussaint Bessard di Ange in Normandia, che lo pubblicò nel 1564.

---

(1) 20000 *lire sterline per atto di Parlamento*.

Nel 1623 Benedetto Scotto pubblicò un trattato sull' uso e pratica della longitudine, *l' usage, et pratique des longitudes*. Esso fu presentato al Consiglio di Luigi XIII., ma rigettato.

Nel 1634 Giambattista Morin annunziò, ch' egli avea scoperto il segreto della longitudine; ed in conseguenza pretese di aver diritto alla ricompensa promessa dalla Spagna, ed Olanda. Ma credette suo dovere di assicurar la gloria di questa scoperta alla Francia sua patria, prima di riclamar questo diritto. Il cardinal Richelieu gli promise un premio proporzionato all' importanza della sua invenzione, se riusciva così utile, come egli pretendeva, e fu stabilita una commissione per esaminare il metodo da lui proposto. Il suo modo di determinare la longitudine in mare era per mezzo della diversa situazione della luna rispettivamente alle stelle fisse, e venne approvato dalla commissione, con questa restrizione però, che le tavole lunari in quel tempo erano troppo imperfette per non esporre questo metodo ad errori considerabili. In premio di quanto egli avea fatto ricevette nel 1645 una pensione di due mila lire all' anno.

Nel 1634 Pietro Herigone pubblicò un corso di matematica, *Cours de mathématique*

in Parigi; in cui propose diversi metodi per trovare la longitudine, ma tutti inferiori a quelli di Morin.

Nè dobbiamo tralasciare Leonardo Duliris, che pubblicò una teoria della longitudine nel 1647, la quale fu criticata da Morin, che trovò poca difficoltà nel rilevare l'ignoranza dell'autore in matematica.

Nel 1668 un tedesco, il cui nome non ci sovviene, inventò un *adometro*, o strumento per misurare il cammino della nave; e la fama di Luigi XIV. come protettore de' grandi ingegni lo indusse a presentarlo a quel re. Fu stabilita una commissione di Accademici per esaminarlo, e sembra aver avuto del merito considerabile, ma soggiacque a certe obbiezioni, che l'inventore non fu capace di togliere.

Intorno a questo tempo, o un poco prima, il dottor Hooke, e il sig. Huygens fecero un grandissimo progresso nell'arte di fare le mostre mediante l'applicazione della molla a pendolo. Il dottor Hooke avendo una contesa col ministro inglese, non si fece veruna prova delle sue macchine, sebbene fossero diverse da quelle del sig. Huygens. In un viaggio dalla costa di Guinea nell'anno 1665 una di esse corrispose ottimamente; ma poi si

trovò, ch' erano soggette ad una variazione considerabile per l'azione del caldo, e del freddo, per modo che esse furono di poco uso per determinare la longitudine.

Ai 20 luglio 1714 fu pubblicato un atto di Parlamento, con cui si promettevano venti mila lire sterline a chi scoprisse un metodo di ritrovare la longitudine in mare dentro un mezzo grado, o dieci leghe; quindici mila, se dentro due terzi di grado; e dieci mila, se dentro un grado, o venti leghe. Nello stesso tempo un comitato, chiamato *the Board* della longitudine fu stabilito per accertare il merito di ogni tentativo fatto per conseguire questi premj. Non è fuor di luogo di osservare, che quest' atto fu lavorato da Newton.

Lo stesso anno Enrico Sully inglese pubblicò un piccolo trattato sulle mostre in Vienna; e dopo, egli andò a Parigi, ed incoraggito da Newton travagliò assiduamente alla scoperta della longitudine; ma la morte pose fine a' suoi travagli. Da esso fu ammaestrato il famoso Giuliano Leroy, il quale calcò poi le sue pedate.

Nel 1726 il sig. Giovanni Harrison, che fu educato sotto suo padre, falegname di campagna, fece due oriuoli principalmente in legno, ai quali applicò uno scappamento, ed

un pendolo composto di sua invenzione. Questi andavano così bene, che per dieci anni appena sbagliavano di un secondo al mese. Ma siccome il moto di un pendolo sarebbe necessariamente sconcertato da quello di una nave in mare, egli si pose a fare una mostra, la quale in un viaggio a Lisbona, e nel ritorno corresse un errore di un grado e mezzo nella stima del vascello. Si fu nel 1736. Dopo questa egli ne fece due altre, per l'ultima delle quali nel 1745 ricevette dalla Società Reale la medaglia d'oro del cavaliere Goffredo Copley. Con questa mostra suo figlio Guglielmo Harrison andò alla Giamaica nel 1761 a bordo del vascello Deptford di sua Maestà, e si trovò, che la mostra determinava la longitudine di Porto-Reale in quell'isola dentro cinque secondi di quella stata dianzi accertata con un' osservazione del passaggio di Mercurio nel 1743. Si vede eziandio, che aveva sbagliato per tutto il viaggio soltanto di $1', 54\frac{1}{2}''$. Questo essendo dentro i limiti prescritti dall' atto di Parlamento, Harrison prese il premio di venti mila sterlini. Insorsero nulla di meno delle difficoltà, e si mossero de' dubbj intorno alla maniera, colla quale si era verificata la longitudine così alla Giamaica, come a Portsmouth. Ma poco dopo

gli furono sborsate cinque mila lire sterline a conto; e nel 1764, il sig. Guglielmo Harrison fece un viaggio colla mostra alle Barbadoes. Con lui furono mandate a bordo altre persone atte a fare osservazioni; ed in conseguenza di questa prova altri cinque mila sterlini furono pagati al sig. Harrison, perchè scoprisse i principj della sua costruzione, con una promessa degli altri dieci mila, subito che delle macchine costrutte da altri secondo gli stessi principj saranno trovate corrispondere ugualmente bene. Il sig. Harrison avendo date queste tre mostre al comitato (Board) fu impiegato il sig. Kendal a farne un' altra, che fu mandata fuori al capitano Cook nel suo viaggio intorno al mondo nel 1772 1775. Questa si trovò, che andava anche meglio di quella del sig. Harrison, non errando mai interamente di 14 $\frac{1}{2}$ secondi in un giorno. In conseguenza il sig. Harrison ricevette il resto del premio. Una mostra fu in appresso fabbricata dal sig. Arnold, la quale in una prova di tredici mesi da febbrajo 1779 a febbrajo 1780 *inclusive* non variò mai più di 4', 11'' al giorno, o di 6', 69'' (1) ogni due gior-

(1) *Qui deve esserci un errore di stampa: dovrebbe forse dire:* 4, 11'' *al giorno, o* 6, 69'' *ogni due giorni.*

ni; ma questa mostra non fu mai in mare! e veramente nel 1772 il sig. Harrison avea fatta un' altra mostra, la quale alla fine di una prova di dieci settimane nell' osservatorio privato del re a Rechmend avea variato solamente di 4 $\frac{1}{2}$".

Ma un artefice francese, Luigi Berthoud nipote di Ferdinando Berthoud, dianzi celebre nella sua arte, è andato ultimamente al di là di tutt' i suoi predecessori. Il primo viaggio per la prova delle mostre marine, intrapreso dai francesi, fu nel 1767, quando il sig. de Courtenvaux allestì una fregata a sue spese per provare una mostra fabbricata da Pietro Leroy figlio di Giuliano, che abbiamo già mentovato; ed un altro viaggio fu fatto nel 1768 dal sig. Cassini per verificare l' esattezza della stessa mostra. In conseguenza della relazione del sig. Cassini, Leroy ricevette un premio dall' Accademia francese, per ottenere il quale era stata fatta la sua mostra: sebbene si trovò, che anche in terra essa anticipava repentinamente alcune volte 11", o 12" al giorno, così che non era in nessun conto perfetta.

L' ultima mostra adunque, di cui si dee con ragione render conto, è quella del sig. Luigi Berthoud, la quale fu provata all' osservatorio

del sig. Nouet, uno di quegli astronomi, che la paragonò giornalmente per nove mesi coll' eccellente orologio a pendolo costrutto da Ferdinando Berthoud. Questo orinolo a pendolo adoperato nelle osservazioni astronomiche, è considerato come un *capo d'opera*, ed il suo andamento è stato regolarmente verificato col sole e colle stelle. Il sig. Nouet incominciò i suoi esperimenti ai 14 marzo 1789. Primieramente egli la espose per diciannove giorni ad una temperatura di circa 9° di Reaumur: poscia la pose in una stufa, dove fu tenuta in un caldo costante di 25° per una settimana; dalla quale fu trasportata per un' altra settimana ad una temperatura di 17° 12'. Durante queste tre prove, la variazione media giornaliera non fu che di pochi centesimi di un secondo, e la massima in un giorno non superò due secondi; nè vi fu la minima apparenza, che il cambiamento di temperatura avesse avuto la minima influenza sull' andamento della mostra. Dai 6 maggio ai 12 dicembre la mostra fu esposta alle variazioni della temperatura dell' atmosfera con risultati consimili. Può obbiettarsi, che queste prove furono fatte in terra, ma il sig. de Puysegur ha poscia fatto un viaggio con essa nel Mediterraneo, ed ha trovato, che non

era punto affetta dal moto del vascello. Questa mostra così singolarmente esatta in segnare il tempo di pochissimo supera due pollici e un quarto in diametro, laddove l'ultima mostra di Harrison è di circa sei pollici.

VI.

Sulle tautocrone.

Dopo Huygens che fu il primo a scoprire, che la cicloide era la curva tautocrona per li corpi pesanti nel voto, i geometri si applicarono a rintracciare de' metodi diretti, e generali per determinare le curve, che godono della stessa proprietà in tutte le ipotesi di gravità, e di resistenza. Le prime soluzioni analitiche, che sieno comparse di questo problema del tautocronismo, sono quelle, che pubblicarono Giovanni Bernoulli, Leon. Eulero, il primo nelle memorie dell'Accademia delle scienze di Parigi per l'anno 1730, e il secondo nel tomo IV. degli antichi comentarj di Pietroburgo. Queste soluzioni sono fondate sulla considerazione delle funzioni di dimensione nulla di due variabili, e sono a dir vero, tanto semplici, e dirette quanto si

può mai desiderare: ma siccome queste soluzioni esigono, che si abbia l'espressione della velocità, così hanno l'inconveniente di non poter essere applicabili, se non ai casi, in cui l'equazione differenziale della velocità è integrabile. Per supplire a questo difetto bisognava trovar un metodo, che fosse indipendente dall' integrazione dell' equazione, che dà la velocità; e questo è quello, a cui arrivò il Fontaine col mezzo d'un calcolo particolare, che consiste a far variare la medesima quantità in due maniere diverse, e che ha qualche rapporto a quello, di cui i geometri del secolo precedente si valsero per iscioglière i problemi delle *traiettorie*, ed alcuni altri dello stesso genere.

La soluzione di Fontaine parve subito tanto soddisfacente, che *non si parlò più di tautocrone*, siccome si esprime questo autore medesimo nelle sue opere stampate (1); ma

(1) *Le precise parole di Fontaine nel luogo citato sono le seguenti*: il sig. Bernoulli avea poc' anzi mandata all' Accademia la sua memoria sulle tautocrone, che è un capo d'opera; tutto il mondo ne parlava, io diedi il metodo qui esposto, e non se ne parlò più.

la memoria del sig. De la Grange su questo soggetto negli atti dell' Accademia di Berlino del 1767 risvegliò l' attenzione de' geometri, e fece vedere, che la materia non era per anche esausta, come si era creduto. Avendo contemplato la quistione delle tautocrone sotto un punto di vista un poco diverso da quello, sotto il quale era stato considerato prima di lui, il sig. De la Grange arrivò ad una formola generale, e semplicissima, che dà l' espressione della forza necessaria per produrre il tautocronismo, e che racchiude non solamente tutti i casi già noti, ma anche altri infiniti, ne' quali s'ignorava, che il problema fosse solubile. Ed in tal occasione il sig. De la Grange risponde vittoriosamente alle obbie-

---

Un altro celebre geometra mancato troppo presto alle scienze esatte, il sig. Charles nell' articolo tautocrona *dell' Enciclopedia metodica adducendo le citate parole di Fontaine acconciamente soggiunge*: quest' espressioni non sono modeste, ma convien confessare, che se l' orgoglio, che bene spesso è l'appannaggio della mediocrità, indica alcuna volta in un uomo il sentimento delle proprie forze, ne lo indicava sicuramente in questa occasione.

sioni assai risentite, mossegli dal Fontaine in una memoria dell'Accademia di Parigi del 1768, ed esaminando la soluzione, che questo ultimo dà per generale, dimostra colla sua consueta eleganza, ch'essa è incompleta, ed anche illusoria per certi riguardi.

Offeso poi il sig. De la Grange dal tuono imperioso e magistrale di Fontaine chiude la sua memoria con queste parole: « Io debbo « ancora avvertire, sebbene ciò non abbia « alcun rapporto al problema delle tautocrone; « che il sig. Fontaine non si esprime esatta« mente, allorchè dice, che egli *ha insegnato* « ai geometri le condizioni, che rendono pos« sibili le equazioni differenziali del primo « grado a tre variabili. Mi pare, che i geo« metri le conoscessero molto tempo prima « che il sig. Fontaine fosse in istato di loro « insegnarle. Avvegnachè si trova in una mea« moria del sig. Niccolò Bernoulli sulle *traiet« torie* stampata in parte negli atti di Lipsia « dell'anno 1720, in parte nel tomo VII. dei « supplimenti, il quale comparve nel 1721; « e ristampata poi nel secondo volume delle « opere del sig. Giovanni Bernoulli, si trova; « dico, in questa memoria il teorema seguente: « *Se si ha l'equazione* $dx = pdy + qdx$ *es« sendo* p, q *funzioni di* x, y, ed a, *e si sup«*

« *pone in generale* $dp = Tdx + Sdy + Rda$, *si*
« *avrà necessariamente riguardando* a *come costan-*
« *te, l'equazione* $dq = Rdy + Tqdy$, *la quale ser-*
« *virà a determinare* q. (Vedete le pag. 311, e
» 312 de' supplimenti citati, e la pag 443. del
« tomo II. delle opere del sig. Giovanni Ber-
« noulli). Ora se si suppone, che riguardan-
« do a come costante, si abbia in generale
« $dq = Pdx + Qdy$, e si metta per dx il suo
« valore pdy, si avrà $dq = (Pp + Q)\,dy$,
« che essendo sostituito nell'equazione del sig.
« Bernoulli darà questa $Pp + R = R + Tq$,
« che è l'equazione di condizione del sig.
« Fontaine ».

« Si vede di qui, che questo teorema
« non era altrimenti nuovo *il dì* 19. *novembre*
« 1738., *allorchè il sig. Fontaine lo pubblicò a*
« *Parigi*, siccome egli dice alla pag. 28. della
« raccolta delle sue opere. Si deve dire lo
« stesso del teorema del sig Fontaine, che
« concerne le funzioni, in cui le variabili riem-
« piono da per tutto lo stesso numero di di-
« mensioni; perocchè si vede, che il sig. Euler
« avea già fatto uso di questo teorema nel
« secondo volume della sua meccanica stam-
« pata nel 1736. (pag. 49, 252, e 224.). Io
« non nego del resto, che il sig. Fontaine
« non abbia trovati questi teoremi per sè; al-

» meno io sono persuaso, ch' egli era in istato » quanto chicchessia di ritrovarli; ma non si « può disconvenire, come mi pare, ch' egli « non sia stato prevenuto dai signori Bernoul- « li, ed Euler «.

Questo squarcio del sig. De la Grange è molto interessante per l' esattezza della storia dell' analisi sublime.

VII.

Notizie biografiche sopra Herschel (1).

Guglielmo Herschel nacque ai 15. novembre 1738. in Hannover. Era egli il secondo di quattro figli, i quali furono tutti educati nella professione del loro padre, ch' era un musico. Oltre a questi il vecchio Herschel ebbe due figlie. In una famiglia sì numerosa non dee far meraviglia, s' egli diede a' suoi figli un' educazione molto stentata. Osservando però in Guglielmo un capo svegliato, e pe-

(1) *Queste notizie sono tratte dall' Opera inglese* Public characters *tom.* 1, *e tradotte in tedesco da Zach nella sua* Monatl. Correspondenz *tom. V. pag.* 70.

netrante, gli diede sopra gli altri il vantaggio di farlo istruire nella lingua francese, in cui fece il giovinetto rapidi progressi. Fortunatamente era il suo maestro un uomo pensatore, e tanto amico della filosofia, che bramò di iniziare in essa il suo allievo. Sotto la direzione di questo degno uomo si procacciò quindi il giovine Herschel alcune cognizioni di logica, morale, e metafisica, che eccitarono in lui una sì viva avidità di sapere, che risolvè d'impiegare tutte le sue forze per accrescere le sue ricchezze intellettuali. E queste erano anche nel fatto tutto il suo retaggio, ad eccezione di uno stromento musico, e di alcune note scritte.

Con tal equipaggio abbandonò egli la sua patria, quando fu desolata dal fuoco della guerra, e venne nell'anno 1759. a Londra, dove egli, e suo padre, siccome dicesi, accompagnarono come oboisti alcune truppe Annoveresi. Il vecchio ritornò col suo reggimento, e lasciò il giovane in Inghilterra per tentare colà la sua sorte. Qui egli si perdette nella gran moltitudine de' suoi emuli, e si può facilmente immaginare, che la sua situazione in un paese straniero, nella totale mancanza i amici, e con mezzi di sussistenza meno che mediocri, non poteva essere che stentata.

Ma Herschel aveva un carattere non meno fermo, che nobile: Imperturbabile vide nulle le sue speranze; e coraggioso perseverò nel suo sforzo di perfezionarsi in un'arte, che non gli prometteva un avvenire brillante.

Vedendo egli nella Capitale poca apparenza di una sussistenza, prese la ragionevole risoluzione d'internarsi più addentro nel paese, dove tra il picciol numero di rivali poteva più facilmente sperare di giungere alle sue mire. Dopo aver visitati diversi luoghi nella Nord-Inghilterra, la sua buona fortuna lo condusse ad *Halifax*, dove era vacante una piazza di Organista. Egli diede prove della sua abilità, e l'ottenne. Con applauso, e con vantaggio diede nel tempo stesso istruzione nella musica. Rimanendo intanto sempre in lui egualmente vivo il desiderio di accrescere le sue cognizioni scientifiche, consagrò tutte le sue ore d'ozio allo studio delle lingue, nelle quali egli divenne il proprio maestro. Incominciò dalla lingua italiana per la stretta unione, che ha questa colla sua arte. Di là passò al latino, in cui fece distinti progressi. Tentò anche il greco, ma tosto vi rinunziò, perchè lo trovò troppo arido.

Intanto la cognizione delle lingue morte, e vive non soddisfaceva il suo spirito avido,

e ardente. Egli rivolse la sua attenzione alle scienze astratte. Il suo primo sforzo fu d'impossessarsi della teoria della musica, e merita di osservarsi, che il libro da lui scelto per guida non fu altro che la profonda dissertazione dell'erudito dottore *Smith*. Egli nondimeno superò senz'alcun ajuto le difficoltà di quest'opera, e ne sentì una gioia sì viva, che risolvè di studiare le altre parti della matematica. L'algebra, da cui egli cominciò, fu presto spicciata, e poi si venne all'Euclide, ed all'analisi dell'infinito. Con un tal fondo nella matematica teoretica non gli fu difficile lo studio degli altri rami di quella. La sua situazione ad Halifax era oltremodo favorevole alla sua letteraria coltura, e fu un acquisto per la scienza, che in quel suo ritiro trovasse ozio bastante per procurarsi una suppellettile di solide cognizioni. Nell'anno 1766 egli cambiò questo posto con un altro meno favorevole a' suoi studj, essendo stato eletto organista della cappella (ottangolare) di *Bath*. Imperciocchè oltre al dover egli suonare nelle camere di adunanza, de' bagnatori, al teatro, negli oratorj, e ne' pubblici, e privati concerti, aveva un numeroso concorso di scolari. In simil tumulto di affari, e nella sede immediata del piacere, e delle distrazioni pochi

uomini del grado, ed età di Herschel avrebbero tempo abbastanza per abbandonarsi ad uno studio, che in apparenza è sterile, e non interessante come quello della matematica. Intanto ben lungi dallo stancarsi ne' suoi affari scientifici, li proseguiva con zelo vie maggiore, e dopo un giorno di penoso travaglio ritornava comunemente di notte a' suoi libri matematici, e passava alcune ore di meditazione instancabile sulle più involute dottrine dell' analisi.

Nel *Lady' sdiary* dell'anno 1780 si trova di lui un' elegante, e ragionata risposta ad un' assai difficile quistione per premio intorno alle vibrazioni d' una corda gravata d' un picciol peso nel mezzo.

In Bath i suoi travagli furono principalmente diretti all' ottica, ed astronomia. Il contento, che gli avea cagionato la considerazione del cielo per mezzo d' un telescopio a specchio di due piedi prestatogli da un amico, destò in lui il desiderio di possedere un apparato completo di stromenti astronomici. Da prima egli pensò a procurarsi un telescopio più grande, ed essendogli affatto ignoto il prezzo, a cui comunemente si vendevano simili stromenti, egli pregò un amico di Londra di comprargliene uno. Questi stupì

della somma dimandata, e credette di doverne differire la compra fino a che ne avesse avvertito Herschel. La sorpresa del nostro astronomo fu eguale a quella del suo amico. Ma invece di soffogar la sua brama, prese la risoluzion romanzesca di costruire egli stesso un telescopio. Guidato dalla scarsa istruzione, ch' egli poteva trarre dai libri di ottica, passò a questo difficil lavoro. Una quantità di mal riusciti tentativi non fece che maggiormente infervorarlo. Finalmente egli vide la sua perseveranza coronata dal più felice successo, quando nel 1774 ebbe il contento di osservare il cielo con un telescopio riflettente Newtoniano di cinque piedi di suo proprio lavoro. Ma il nostro nuovo Galileo non si contentò di questo, e con lodevole ardore di gloria si applicò alla fabbrica di stromenti, che tolleravano un ingrandimento più forte dei precedenti. Dopo aver terminati de' telescopj di sette, e di dieci piedi, intraprese a costruirne uno di non meno di venti piedi di lunghezza. La sua mirabil pazienza in questo lavoro fu tanto grande, che nel perfezionare la figura parabolica dello specchio di un telescopio di sette piedi rigettò niente meno di dugento specchj, prima di averne incontrato uno, che tollerava ogni ingrandimento.

Mentre egli con siffatta attenzione coltivava le sue ottiche occupazioni, non trascurava i doveri del suo uffizio. Intanto queste nuove speculazioni occupavano talmente il suo spirito, che spesso di soppiatto si toglieva dal teatro, o dalla sala di concerto per dare un'occhiata al cielo, e poi ritornava in tempo per ripigliare fra i musici il suo posto.

Questi omaggi così costantemente resi ad Urania furon finalmente nel modo più splendido coronati colla scoperta di un nuovo pianeta nel nostro sistema, che fu da lui nominato *Georgium Sidus*, ma dagli astronomi esteri prima *Herschel*, poi in fine comunemente *Urano*.

La scoperta fu fatta ai 13 marzo 1781 di sera. Essa non fu punto un'opera del caso, ma il risultato di una catena di laboriose, e sistematicamente instituite osservazioni. Da principio era Herschel irresoluto, se egli dovesse annoverare la nuova stella fra i pianeti, o fra le comete; ma osservazioni più esatte sopra il suo disco, ed il suo moto dileguarono tostamente a questo riguardo tutt'i suoi dubbj.

Egli comunicò la sua scoperta nel corso di quell'anno alla Società Reale, che lo elesse unanimemente in suo membro, e gli diede la

medaglia d'oro annuale per li suoi meriti nelle scienze.

Nell'anno seguente il Re lo prese sotto la sua immediata protezione. Egli quindi abbandonò *Bath*, e i suoi musici istromenti, e si ritirò a *Slough* vicino a Windsor in una casa, che gli fu assegnata dal Re, il quale lo nominò con una ragguardevol pensione suo astronomo privato.

Qui egli si vide allora in istato di proseguire con calore il suo piano, e di dar compimento a quelli, che fino allora non erano ancor giunti alla maturità. In tempo, che egli era ancora a *Bath*, ebbe l'ardito pensiere di fabbricarsi un telescopio di 30 piedi, ed avea già a questo fine fatti varj tentativi. Non ostante che questi allora mal riuscissero, egli ha dopo il suo stabilimento a *Slough* eseguito molto più che da principio non isperava, ed ha terminato uno strumento di non meno di quaranta piedi. Le ineguaglianze nello specchio, e generalmente l'impossibilità di dare un'esattezza matematica a tutte le parti d'un sì smisurato stromento, lo hanno fino ad ora impedito di fare con esso un'effettiva osservazione. E' un errore comune, che le scoperte di *Herschel* sieno il frutto della straordinaria forza amplificativa del suo gran tele-

scopio. La verità è, che sì forti ingrandimenti non sono nè necessarj, nè utili, e che egli ha fatto tutte le sue scoperte con telescopj riflettenti di 10. a 20. piedi, e con ingrandimenti di 60. sino a 300. Esse sono da attribuirsi alla sua rara costanza, e non all' effetto straordinario del suo gran telescopio di 40 piedi, il quale è piuttosto un oggetto di curiosità, che di utile reale.

Nel proseguire le sue ricerche sopra il suo pianeta (se possiamo così esprimerci) egli ha ritrovato, ch' esso è circondato da anelli, ed ha sei satelliti.

In attestato della riconoscenza nazionale per meriti sì distinti l' Università di Oxford ha conferito al nostro astronomo il grado di dottore di legge, la qual distinzione è per lui tanto più gloriosa, perchè quest' Istituto scientifico è molto parco di onoranze verso persone, che non sono state educate nel suo seno.

Dall' anno 1787. in qua *Herschel* ha regolarmente contribuito de' lavori proprj alle Transazioni filosofiche. Varj suoi scritti sono oltre modo importanti. Egli ha azzardate alcune ardite congetture sulla natura del sole, e dei corpi planetarj, le quali difficilmente venendo

da un osservatore meno esatto si sarebbero aggradite.

Ne' suoi lavori astronomici egli è efficacemente aiutato da sua sorella *Carolina Herschel*, la quale gloriosamente si distingue pel suo zelo per questa scienza sublime. Ella ha dato allo Società Reale alcune ingegnose relazioni sopra le osservazioni da sè intraprese.

Herschel è un uomo senz' alcuna pretensione, buon compagno, aperto, comunicativo, e vivace. Egli gode una salute ferma, che in un clima come quello d' Inghilterra è tanto necessaria all' astronomo pratico. Il suo nome durerà quanto il sistema planetario.

VIII.

Descrizione della costruzione, e collocazione del telescopio di Herschel di 40. piedi (1).

Questo telescopio è portato in una situazione dal Nord al Sud, e la tavola nella descrizione del sig. dottore Herschel mostra il palco intero del suo montamento, se s'immagina lo spettatore in una conveniente distanza verso il Sud-Ouest. Da questo punto di vista

---

(1) *Io reco qui una breve descrizione di questo singolare gigantesco telescopio, giacchè non è forse per anco nota a diversi lettori del tomo di supplimento: Essa è tratta dal sig. J. E. Bode nella* raccolta di dissertazioni, osservazioni e notizie astronomiche, *terzo tomo di supplimento a' suoi* Annali astronomici, *Berlino* 1797 *in* 8°, *e tradotta dal tedesco. Nella seconda parte delle Trans. Filos. dell' anno* 1795. *il sig. dottor Herschel ha dato in* 63. *pagine in* 4°, *e in* 18 *tavole in rame una completa descrizione, e disegno di questo telescopio, e di ogni sua parte.*

comparisce il palco bastantemente chiaro, e con una piccola attenzione facilmente si scorge, come questo smisurato corpo possa dirigersi verso qualunque regione del cielo.

Il tubo del telescopio è di lastre di ferro incurvate, le quali senza chiodi, e mediante un solo orlo sono insieme unite, come i tubi de' fornelli. La grossezza delle lastre è un poco minore della 36a. parte di un pollice, ovvero per dirlo più precisamente il piede quadrato pesa 14. libbre. L'unione delle lastre, delle quali è formato il tubo, è fatta colla maggior diligenza per modo, che dovesse risultarne la di lui forma cilindrica, e di più tutto il tubo internamente, ed esternamente è stato sino a tre in quattro volte intonacato di colore per garantirlo dall'influsso de' vapori. Il tubo fu lavorato presso al luogo, dove si trova presentemente, ed innalzato da 24. uomini con grande facilità.

La lunghezza del tubo è di 39 piedi, 4 pollici; il diametro 4 piedi, 10 pollici; e con un computo moderato si è trovato, che un tubo di legno della stessa grandezza destinato allo stesso uso sorpasserebbe questo in peso almeno di 2000 libbre. Tutta la lunghezza della lastra di ferro, della quale è stato formato il tubo, e che è composta di

altre più piccole, lunghe 3 piedi, e 10 pollici, e larghe 23 $\frac{1}{2}$ pollici importa presso a 40 piedi, e la larghezza 15 piedi, e 4 pollici.

Il grande specchio di metallo nella parte inferiore del tubo ha 49 $\frac{1}{2}$ pollici di diametro, ma la parte concava, o sia la superficie pulita di questo ha solo 48 pollici di diametro. Egli è grosso 3 $\frac{1}{2}$ pollici, ed aveva dopo la fusione 2118 libbre di peso, del quale poco perdette per la pulitura. Esso è cinto da un anello di ferro fermato con tre gagliardi fermagli, ed avente 49 $\frac{1}{2}$ pollici in diametro, 4 pollici in larghezza, ed 1 $\frac{1}{2}$ pollici in grossezza. Sopra quest'anello si fa correre un coperchio piano di latta per difendere lo specchio dai vapori umidi, e mediante un facile meccanismo si può a piacimento aprire, o chiudere questo coperchio.

Nell'altra estremità superiore il tubo è aperto, e rivolto alla regione da osservarsi del cielo posto alle spalle dell'Osservatore. Questi sta presso l'apertura del tubo sopra una galleria, guarda a basso nel tubo aperto, e per la riflessione de' raggi del grande specchio osserva pel vetro oculare, applicato al margine dell'apertura, il corpo celeste; presso all'oculare vi ha l'estremità di un tubo di latta, dentro il quale è talmente adattata

un'imboccatura, che in tempo dell'osservazione la bocca dell'osservatore può esservi applicata, mentre il suo occhio si trova alla lente oculare. Questo tubo ha 1 ½ pollici di diametro, discende sino al fondo del gran tubo, di là va per una piegatura, poi in un tubo diritto, e da questo in un'altra piegatura. Qui esso viene per mezzo di diversi tubi condotto sino alla parte anteriore dell'architrave. L'uso di questo tubo è di portare la voce dell'osservatore sino a' suoi coadiutori; perocchè nell'ultimo luogo il tubo si divide in due braccia, l'uno va nell'osservatorio (piccola casa di legno sul terrazzo situata ad un lato del telescopio) e l'altro nel camerino dell'assistente (piccola capanna posta all'altro lato del telescopio) si alza in entrambe a traverso il pavimento, e termina nella forma di una tromba parlante. In questo modo quantunque la voce pel tubo con diverse giravolte si propaghi per una distanza non minore di 115 piedi, pure non si richiede che un molto piccolo esercizio per essere chiaramente intesa.

Per dirigere con tutta facilità una macchina sì smisurata verso qualsivoglia parte del cielo era necessaria l'invenzione di parecchi artifizj meccanici. L'intera armatura

posa sopra carrucole, ed è usata particolarmente ogni diligenza intorno al suo fondamento. Questo consiste in mura di mattoni rotonde, e concentriche, l'esteriore ha 42, e l'interiore 21 piedi di diametro, e si estende 2 piedi, 6 pollici sotto la superficie; nel pavimento sono larghe 2 piedi 3 pollici, e superiormente 1 piede 2 pollici, e coperte con pietre da lastrico grosse circa 3 pollici, e larghe 12 $\frac{3}{4}$ pollici. Nel centro vi ha un forte tronco di quercia fermato con arpioni nel fondo, e saldamente cinto di mattoni per renderlo immobile. Intorno a questo centro si aggira orizzontalmente tutto il cavalletto per mezzo di 20 carrucole, delle quali 12 circondano il muro circolare esterno, ed 8 l'interno.

Il moto verticale del telescopio si fa col mezzo di corde, e carrucole, che vanno sopra gli architravi del palco, i quali sono portati da scale. Queste scale sono lunghe 49 piedi 2 pollici, ed hanno una galleria mobile con 24 carrucole per facilitare il suo movimento. La stretta scalinata serve per coloro, che vogliono andare sulla galleria senz' aver bisogno di salire le scale.

La miglior prova della facilità, colla quale si eseguisce il moto orizzontale, e verticale

del telescopio, si ricava chiarissimamente dalla testimonianza del sig. Herschel, ch' egli nell' anno 1789 osservò Saturno in diversi tempi due o tre ore avanti, e dopo la sua culminazione, e coll' ajuto di una sola persona, la quale intanto per tener dietro al pianeta poteva eseguire il richiesto movimento verticale, ed orizzontale del telescopio.

Sulla piattaforma sonovi due piccoli gabinetti, uno detto l'*osservatorio*, ed è alto 8 piedi 7 pollici, e largo 7 piedi 7 pollici, e l'altro detto *del lavoro* alto 6 piedi 6 pollici, e largo 4 piedi 7 pollici. Alle persone, che stanno in questi gabinetti, l'osservatore, come già si è indicato, può per mezzo di trombe parlanti far conoscere le sue osservazioni, e i suoi ordini, ed ivi a tal uopo si conservano le cose usuali, ed ordinarie delle camere di osservazione.

IX

Delle forze animate; loro legge stabilita da Eulero, fondata ora sopra un principio nuovo, e più sicuro.

È un celebre adagio dell' antica filosofia, che ignorandosi il moto s' ignora la natura, e conoscendosi quello, si rende nota anche questa. Ma un tal detto autorevole pel gran nome di Aristotele, che lo proferì, sarebbe stato molto più esatto, e più vero, se invece del moto, che non è che l' effetto, si fosse applicato alle forze, che ne sono il principio, e la cagione. In fatti le scienze fisiche, e matematiche, poco meno che tutte, hanno per principale oggetto delle loro ricerche la qualità, la misura, il meccanismo delle forze; e sebbene sia piaciuto a' geometri di contradistinguere col particolar nome di *dinamica*, quella parte della loro facoltà, che interamente, ed unicamente si consagra all' analisi delle forze, nel gran numero però delle altre parti così della matematica che della fisica, niuna ve ne ha, che poco, o molto, che direttamente, o indirettamente non si occupi di questo grande oggetto. Ed io sono nella

ferma opinione, nè credo di andar lungi dal vero, che tutte le cognizioni, a cui l'uomo può aspirare, si riducano unicamente ad intendere il magistero, e l'economia delle forze mondane, e che tutto lo scibile umano si concentri in questo solo problema: *data la legge, e l'economia delle forze, che esistono, spiegare i fenomeni dell'universo*. Ma la soluzione completa di questo solenne problema non par fatta per l'uomo. Quel maraviglioso strumento, che il geometra adopra per venirne a capo, dir voglio la nuova analisi degli infiniti, è ancor troppo imperfetto e debole per vincere gli ostacoli, che ci offre ad ogni passo un'indagine tanto complicata e sublime, e per pesare e bilanciare le azioni varie e moltiplici di tutte le forze operanti. Una particella, dirò così, infinitamente piccola di questo gran problema è quell'altro oggidì tanto noto presso gli astronomi teorici sotto il nome di *Problema dei tre corpi*, nel quale non altro si cerca che di definire esattamente gli accidenti del moto di soli tre corpi, e non più, de' quali sieno note le masse, le velocità primitive, o di projezione, e la legge delle forze attraenti, consistente nella ragion diretta delle masse, ed inversa duplicata delle distanze. Eppure un problema sì picciolo,

che è poco meno che un nulla in confronto del primo, ad onta de' tentativi più costanti, degli sforzi più assidui de' primi ingegni del secolo, nella sua totalità rimane ancora insolubile. I tre gran genj dell' età nostra, e che tali pur saranno presso la più tarda posterità, Clairaut, d' Alembert, Eulero, hanno impiegato a gara l' uno dell' altro pressochè tutta la loro vita nello studio di questo solo problema, trent' anni interi il Clairaut, quaranta il d' Alembert, cinquanta l' Eulero. Ma dopo tante fatiche, che sorprendono per l' elevatezza e la vastità, dopo esser caduti tutti e tre nel medesimo tempo nel medesimo errore di trovare per risultato de' loro calcoli il moto dell' apogeo lunare la metà più lento che realmente non è, errore confessato prima pubblicamente, e corretto dal più modesto de' geometri Clairaut, riconosciuto poscia, e ritrattato anche dagli altri; dopo tutto questo, la soluzione, da essi recata del problema de' tre corpi per loro stessa confessione altro in fine non è che una pura e semplice approssimazione: e questa stessa approssimazione è tale soltanto nell' unico caso singolarissimo, che uno de' tre corpi sia immensamente maggiore degli altri due; fuori di questo supposto, la soluzione del problema non è nep-

pure approssimata, ma affatto nulla, e finora impossibile. Ed è stata gran ventura, che i tre corpi del sistema nostro planetario, pei quali principalmente si propose, e si trattò quel problema, il sole, la luna, e la terra, si trovino precisamente nella condizione accennata, essendo per l'appunto il sole parecchie migliaja di volte maggiore della terra, e della luna insieme, senza di che dopo tanto studio, e tante fatiche nulla si sarebbe guadagnato per questa parte nell'astronomia teorica, laddove all'opposto mercè la soluzione di questo problema, benchè non completa, ma solo approssimata, sono oggidì bastantemente conosciute, e con tollerabile esattezza calcolate le tante ineguaglianze, ed anomalie de' movimenti della luna, di quell'astro ribelle e indomabile, chiamato da Newton, *l'astro contumace*, che sarà sempre lo studio e il tormento de' geometri. Intanto i sublimi travagli di questi grandi uomini sopra un tal problema, trasmessi nelle loro opere ai secoli venturi, saranno il più glorioso attestato de' progressi fatti nel nostro, il più bel monumento dell'umana sagacità.

Che se tali, e tante sono le difficoltà, ond'è involta la scienza delle forze meccaniche ed inanimate, che pur sono più ubbi-

dienti all' impero della geometria, e alle leggi del calcolo; che sarà poi delle forze viventi e animate? Sotto l'influsso immediato e costante d'un essere arcano, sconosciuto, invisibile; del quale poco altro si sa oltre la sola esistenza, e questa ancor combattuta da' più audaci pensatori, le forze animate ci presentano un laberinto di misteri incomprensibili, dove non si scopre nè il principio, nè il fine. Un mistero è la loro intima essenza; un mistero la specifica differenza delle une dalle altre; un mistero la loro maniera di agire; un mistero la legge, che ne tempera le azioni, e ne dirige l'esercizio; un mistero in fine, e di tutti il più grande, l'assoluta lor dipendenza dal principio intelligente, o senziente. Il celebre fisico inglese *Cheyne* volendo pure stabilir qualche cosa in una materia sì oscura, secondato dagl' illustri *Friend*, e *Wainewright*, pretende di dimostrare con rigore geometrico questa proposizione: *che le forze degli animali della stessa specie, ovvero dello stesso animale in diversi tempi, sono in ragion triplicata delle quantità della massa del sangue*. Ma l'altro non men celebre inglese *Martin* nella sua ingegnosa opera *De similibus animalibus* mostra all' ultima evidenza la falsità di questa proposizione, smentita dai

fatti più certi, e costanti, che ci offre la storia degli animali. Volendo però sostituire al teorema rovinoso di *Cheyne* un altro da lui creduto più vero, egli prende a dimostrare il seguente: *che le forze contrattive de' muscoli, e le forze assolute delle membra messe in moto sono in animali simili come le radici cube delle quarte potenze delle loro masse.* Ma egli fonda le sue prove sopra un gran numero di ipotesi niente meno dubbiose di quelle di *Cheyne*, e che non hanno applicazione nella natura. E così riuscendo egli felicemente nel combattere l'opinione di *Cheyne*, non riesce punto nel piantare la propria; tanto sempre è più facile il distruggere, che l'edificare.

Uno scoglio insuperabile per tutte le teorie geometriche, che si vorranno stabilire intorno alle forze animate, e segnatamente quelle dell'uomo, sono que' fatti, che ci somministra la più verace storia antica, e moderna; di alcuni individui dotati di forze sì straordinarie, che sorpassano l'immaginazione. L'antica storia ci ha conservate ne' suoi monumenti, purgati dalle favole del tempo, le meraviglie di quel Milone Crotoniate, uditor di Pitagora, e seguace della scuola italica, il quale vincitore di sette palme nei

giuochi Pitii, e di sei negli Olimpici, tutti alla lotta, non ebbe in essi la settima per mancanza di competitore. Impugnava questi una mela granata in maniera, che senza romperne la buccia, o schiacciarla, la serrava bastantemente per ritenerla contro tutti gli sforzi di quanti mai tentassero di strapparglie-la. Sopra un disco, o piastrella unta d' olio per renderla più sdrucciola, egli si tenea talmente fermo ed immobile, che era impossibile scuoterlo, e farvelo sopra un tantino tremolare. Si cingeva la testa con una corda, e ritenendo il fiato con forza, le vene del capo gli si gonfiavano a segno, che la corda restava spezzata. Appoggiando il gomito al fianco, egli presentava la mano destra aperta, colle dita serrate ad eccezione del pollice che teneva disteso: in tal positura non vi era forza umana che potesse scostargli il dito minimo dagli altri tre. Riferirò la prova più maravigliosa delle sue forze, che potrebbe parer favolosa, colle parole del saggio e castigato *Strabone*, il quale nel libro sesto della sua geografia, l'opera più giudiziosa ed esatta, che noi abbiamo dall' antichità, parlando della città di Crotona dice: *auxit urbis gloriam etiam Pythagoreorum multitudo, et Milo athletarum celeberrimus, idemque discipulus Pythago-*

rae, longo tempore in ea urbe versati. Hunc ferunt, aliquando columna in contubernio philosophorum ruinam minante, in ejus subisse locum, itaque et reliquos servasse omnes, et ipsum se subduxisse. Indi racconta il caso stranissimo della sua morte, nata dalla soverchia fidanza delle sue forze: *probabile est*, soggiunge Strabone, *confisum huic robori corporis eum, qui a quibusdam narratur, invenisse vitae exitum. Ferunt enim, cum quodam tempore per densam silvam iter faceret, atque a via longius discessisset, offendisse magnum lignum, cui inserti cunei essent, ibi hominem immissis in fissuram manibus, atque pedibus conatum fuisse lignum omnino disrumpere, idque modo consecutum, ut delapsis cuneis lignum in se coiret, ipsumque hoc modo captum feris escam factum.*

Non è meno mirabile ciò, che narra *Svetonio* della forza, che avea nella mano sinistra l'imperator Tiberio, il quale forava col dito una mela appena colta dall'albero, e facea squarcio, e ferita nella testa d'un fanciullo, ed anche d'un giovane, vibrandogli un colpo col dito inarcato: *articulis ita firmis*, dice Svetonio in Tiberio, *ut recens, et integrum malum digito terebraret; caput pueri, vel etiam adolescentis talitro vulneraret.* Somiglianti fatti non sorprendon più tanto qualora si ri-

fletta non esserci per avventura alcun secolo, e nazione dove qualcuno non se ne incontri, e nello stesso secol nostro dura ancor la memoria di due gran personaggi, il re Augusto di Polonia, e il principe Maurizio maresciallo di Sassonia, i quali emulavano in gagliardia, e vigore corporeo i prodigj, e le meraviglie degli antichi atleti. Ora come mai lusingarsi di ridurre alla severità dell' analisi, ed al compasso della geometria questi fatti irregolari ed anomali, che trascendono ogni legge, che rovesciano ogni teoria? Qui però è mestieri di star ben in guardia contro un errore, in cui facilmente s'incorre, di credere effetto della forza e gagliardia musculare, quello che è dovuto unicamente all' arte. Abbiamo di ciò molti esempj, ed il più memorabile a mio avviso, è quello riferito dal celebre *De la Hire*, il quale nella sua bella dissertazione sulle forze animali racconta di aver veduto in Venezia un uomo giovine, e gracile, che sosteneva in aria un giumento con un ripiego affatto singolare. Egli aveva i capelli legati per ogni parte con funicelle, alle quali si attaccavano con uncini le due estremità di una larga cinghia, che passava sotto il ventre del giumento. Montato sopra una tavola egli si abbassava intanto che si attaccavano gli

inclini alla cinghia; poi si raddrizzava, ed innalzava il giumento appoggiando le mani alle ginocchia. Con tal artifizio egli innalzava eziandio de' carichi, che sembravano più pesanti, e diceva di trovarvi meno difficoltà per la ragione, che il giumento dibattendosi nel perder terra, rendeva più penoso l'innalzamento. Il *De la Hire* considera in questo giovane la forza de' muscoli delle spalle, e de' lombi; ma il rinomato *Desaguliers*, il quale nelle note alla quarta lezione della sua fisica sperimentale traduce, e rettifica molti luoghi della memoria di *De la Hire*, e ne emenda alcuni piccoli abbagli, osserva con ragione che i muscoli de' lombi sono incapaci di un tale sforzo, e ricorre per questo alla forza degli estensori delle gambe, che egli trova essere per ben sei volte maggiore. Osserva inoltre che questo giovane teneva bensì le ginocchia piegate, ma il corpo verticale, e diritto per modo, che le treccie de' suoi capelli si trovavano nel medesimo piano colle teste delle ossa del femore, e co' malleoli del piede. La linea di direzione del corpo, e di tutto il peso innalzato, passava in conseguenza fra le parti più robuste de' piedi, che sostenevano il carico; ed in questo stato egli si rialzava senza punto cangiare la linea di

direzione, la quale allorchè pel dibattersi dell' animale diveniva un po' tremola e vacillante, il peso si faceva sentire più incomodo, e quando essa era portata avanti, o indietro, i muscoli de' lombi si mettevano in giuoco per ristabilirla nella sua prima situazione. Lo stesso Desaguliers nel citato luogo racconta alcuni fatti di destrezza, e d'industria, che un giuocolatore tedesco mostrava in Londra, come giuochi di forza, e de' quali egli fu spettatore in compagnia de' chiari uomini Stuart, Pringle, e Milord Tullibardin. Quest' uomo stando a sedere sopra una tavola orizzontale, ed appoggiando i piedi contro un sostegno verticale immobile, si faceva passare un poco al di sotto delle anche una forte cintura, terminata da due anelli di ferro: a questi era attaccata con un uncino una corda, che passando fra le sue gambe, usciva per un' apertura praticata nell' appoggio verticale. Stando in tal positura, molti uomini, ed anche due cavalli attaccati alla corda non bastavano a smuoverlo. Egli si collocava pur anco in una specie di telajo di legno, preparato a questo effetto, e pretendeva d'innalzare, benchè non facesse in realtà che sostenere, un cannone di due, o tre mila libbre di peso, posato sul piatto d'una bilancia, le cui corde erano

giunte alla catena, che pendeva dalla sua cintura. Quando le corde erano ben tese, e le sue gambe ben ferme, si spingevano avanti i cilindri, che sostenevano il piatto della bilancia, ed il cannone restava sospeso. Persuaso esser questo un giuoco d'arte e di destrezza, anzi che di forza straordinaria, volle lo stesso Desaguliers ripetere una simile esperienza avanti il re Giorgio I, come eseguì con successo, ed altri molti la ripeterono dopo di lui. Di tutto ciò egli rende una ragione facile, e pienamente appagante per mezzo della resistenza enorme, che fanno le ossa del bacino, quando sono puntellate contro un appoggio, e per mezzo della forza delle gambe, e delle cosce, le quali allorchè sono perfettamente diritte, presentano due forti, e salde colonne, capaci di sostenere quattro in cinque mila libbre, ed anche più. Questo illustre scrittore fa quindi un' ingegnosa applicazione della predetta cintura ai bisogni della marina, avvertendo, che uno, o più uomini potrebbero di essa valersi con gran vantaggio per alzare, o abbassare il gran perrocchetto di una nave, appoggiandosi contro i pinoli d'una forte scala, distesa sulla tolda.

È degna di considerazione la maniera fina e ingegnosa, con cui il De la Hire nell'opu-

scolo mentovato determina lo sforzo dell' uomo nel tirare o spingere orizzontalmente. Egli contempla la forza come applicata alla manovella d' un cilindro ad asse orizzontale, a cui si avvolge una corda attaccata ad un peso; e facendo astrazione dagli ostacoli dipendenti dallo sfregamento, e dalla rigidezza della corda, e supponendo primieramente il gomito della manovella situato verticalmente all' altezza delle spalle dell' uomo, egli osserva, che se la direzione del braccio è orizzontale, e fa un angolo retto colla posizione del corpo, la manovella non si può far girare, senza che l'uomo s'incurvi per davanti: ma se la manovella è al di sopra, o al di sotto delle spalle, la direzione del braccio, e quella del tronco faranno insieme un angolo ottuso, o acuto, e l'uomo avrà per tirare, o per ispingere la manovella quella forza, che dipende dalla sola gravità del suo corpo; la quale dee riguardarsi come riunita nel centro di gravità, che trovasi presso a poco all' altezza dell' ombelico al di dentro del corpo. Se il gomito della manovella è situato orizzontalmente all' altezza delle ginocchia, l' uomo che lo solleva, tirando può alzare il peso di 150 libbre, che sarà attaccato alla corda, perchè il suo sforzo è lo stesso che per alzare

da terra il peso impugnando la corda, che si valuta appunto a 150 libbre in circa. Ma se invece di sollevare il gomito della manovella, si applicherà ad abbassarlo, egli non potrà impiegarvi che uno sforzo di 140 libbre, qual è appunto il peso del suo corpo. Suppongasi ora, che essendo molto bassa la manovella, l'uomo s'incurvi verso di lei, finchè giunga ad aver le spalle all' altezza della medesima: in questo stato è mestieri considerare, che l'estremità de' piedi forma il punto d'appoggio d'una leva, la quale passando pel centro di gravità di tutto il corpo si estende sino alla linea orizzontale delle braccia. In questa leva la potenza, che è tutto il peso del corpo, raccolto nel centro di gravità, cioè 140 libbre, agisce verticalmente contro l'estremità superiore con uno sforzo, il quale sta a quella potenza, come la parte della leva compresa fra il centro di gravità, e il punto d'appoggio sta a tutta la leva, cioè come 4 a 7 all' incirca; e conseguentemente questo sforzo risulta di 80 libbre. E siccome esso opera spingendo il capo superiore della leva verticalmente contro l'appoggio inferiore, dee quindi risolversi in altri due, uno in direzione della leva, il quale sarà tutto inefficace, perchè tutto si consuma contro l'appoggio

invincibile, l'altro in direzione della linea orizzontale del braccio, e questo agisce pienamente contro la manovella del cilindro. Egli è poi evidente, che questo sforzo sta a quello di 80. libbre, da cui mediante la risoluzione si è derivato, come il coseno dell'angolo di inclinazione della leva all'orizzonte sta al seno dello stesso angolo. Conseguentemente se la leva fa un angolo di 70. gradi coll'orizzonte, ossia colla linea orizzontale delle braccia, nel qual caso la posizione del corpo diventa inclinata all'orizzonte d'un angolo maggiore di 60. gradi, che è la massima inclinazione, in cui un uomo può camminare, allora la proporzione di que' due sforzi è quella stessa, che ha il coseno al seno dell'angolo di 70. gradi, cioè quella stessa, che ha l'uno al tre, che è quanto dire lo sforzo contro la manovella non è che la terza parte di 80. libbre, cioè un poco meno di 27. libbre. E qui avverte opportunamente il De la Hire, che un uomo incurvato potrebbe benissimo sostenere un peso molto maggiore di 27. libbre, a cui equivale la sua spinta orizzontale contro la manovella, o il tiro orizzontale d'una corda attaccata alle spalle, o al mezzo del corpo, camminando col corpo inclinato per davanti: avvegnachè se l'indicata leva facesse un an-

golo semiretto coll'orizzonte, allora essendo il seno di quest'angolo eguale al coseno, lo sforzo secondo la linea orizzontale del braccio rinscirebbe per l'appunto eguale a quello, da cui deriva, cioè a 80. libbre. Ma siccome l'uomo in tal positura ha il corpo inclinato all'orizzonte sotto un angolo minore di 45. gradi, ben lungi dal poter camminare egli non potrebbe neppure senza molta difficoltà sostenersi. La stessa dimostrazione serve altresì a far conoscere, che l'uomo camminando a ritroso, ed incurvato all'indietro, fa un guadagno più considerabile di forza, che non camminando, ed inclinandosi per davanti: perciocchè in questa nuova situazione la leva, che passa per la pianta de' piedi, e pel centro di gravità dell'uomo, e da cui dipende l'accrescimento della forza, riesce più inclinata all'orizzonte, che non la linea del corpo; tutto all'opposto di ciò, che accade nella prima situazione. Per questa ragione i remiatori tirano i remi dal davanti al di dietro, e non si rovesciano indietro, se non dopo essersi piegati in avanti. Il peso del corpo acquista più di forza con questa specie di caduta. Altronde poi nell'uomo che voga entra in azione un molto maggior numero di muscoli, che in qualunque altro esercizio. E qui

volendo il De la Hire render ragione dell'uso de' gondolieri veneziani di spingere i remi per davanti, contro la pratica degli altri marinai, e con notabil discapito di forza; *io non saprei*, egli dice, *recar di ciò altra ragione, se non il bisogno, che hanno i gondolieri di vedere il luogo, dove vanno; il che è per essi molto più necessario, che tutto il vantaggio della forza a motivo delle continue giravolte, che sono costretti di fare ne' canali, e per fuggire l'incontro degli uni cogli altri*. Il Desaguliers riflettendo che l'uomo nel volgere in giro la manovella d'un argano fa più o men di fatica ne' diversi punti della circonferenza, che percorre colla mano, divide perciò il cerchio descritto dalla manovella in quattro parti principali. Allorchè questa, girando, arriva al punto, che corrisponde alle ginocchia dell'uomo, egli agisce, per avviso di Desaguliers, con una forza di 160 libbre, la qual si riduce a sole 27 libbre, quando essa è più alta; ma cresce poi nuovamente sino a 130 libbre, quando l'uomo può spingerla col peso del suo corpo; e torna in fine a calare sino a 30 libbre, quando lo stesso manubrio è arrivato al punto più basso. La somma di queste forze, cioè 347. libbre, divisa per 4 dà per adequato 86 $\frac{3}{4}$ libbre: e questo è il peso, che l'uomo potrebbe alzare

continuamente, se non fosse di quando in quando costretto ad arrestarsi per prender fiato. Ma per tal riguardo, non [illegible] che per la perdita di forza, che [illegible] nel passare [illegible] cerchio, [illegible] forza di tan- [illegible] diffalco dalla [illegible], che un uomo applicato [illegible] argano travagliando dieci ore al [illegible] può sollevare all'altezza di tre pi[illegible] per secondo, che è la velocità ordina[illegible] cavallo, più di trenta libbre di peso. C[illegible] se alle estremità d'un argano le due manove[illegible] saranno disposte in modo, che il gomito [illegible] l'una faccia angoli retti coll'altra, due uomini applicativi sosterranno 70. libbre con maggior facilità, che ciascuno separatamente non ne avrebbe sostenuto trenta. E per rendere il moto uniforme, correggendone le ineguaglianze, e i salti, che in un moto un pò rapido sempre hanno luogo, basta adattarvi un volante, o piuttosto una ruota pesante, situata ad angoli retti coll'asse dell'argano, la quale farà l'uffizio del così detto regolatore della macchina.

Fra gli usi quotidiani, e meglio combinati, che l'uomo fa delle sue forze, il più ordinario è quello del cammmare. In questa

azione il peso da innalzare è il centro di gravità di tutto il corpo, e se l'uomo porta un qualche peso, il punto, che camminando dee portarsi in alto, è il centro comune di gravità dell'uomo, e del carico insieme. Qui la forza movente è la gamba di dietro, la quale spinge innanzi questo centro di gravità, e gli fa descrivere un arco di cerchio, che ha per centro il piè davanti, allora immobile, mentre ancor essa descrive intanto un arco di egual estensione, il quale è notabilmente grande in confronto della sua saetta, e del seno verso della sua metà. Questo seno verso è la misura precisa dell'altezza, a cui il peso viene sollevato nell'azione del camminare. Di qui apparisce qual viaggio considerabile fa in questo moto la potenza motrice nel tempo, che uno ben picciolo ne fa il peso, o la resistenza. E così vedesi, che un uomo ben carico può camminare tanto più facilmente, quanto fa più corti i passi, perchè allora il seno verso della metà dell'arco, descritto dal centro di gravità, diviene tanto più piccolo, e conseguentemente meno alto si porta l'intero peso, e più agevole riesce il trasporto. Che se vorrà quest'uomo fare i passi tanto grandi, che il seno verso della metà di tal arco superi alcun poco l'altezza, a cui lo sforzo della gamba

di dietro può sollevare il peso del suo corpo, e del carico, che porta, egli si troverà nell assoluta impotenza d' innoltrarsi.

Allorchè si spicca un salto in una direzione inclinata all' orizzonte, la velocità impressa al centro di gravità gli fa descrivere un arco parabolico; e quando si monta sopra un piano inclinato, si regola questa velocità in maniera, che il centro di gravità si trova nella sommità della parabola da esso descritta, nel momento che si rimette a terra il piè davanti. In tal guisa si cammina colla maggior facilità, perchè il centro di gravità non pesa sul piede che si mette a terra, essendo la direzione del suo moto allora orizzontale. Se a posar il piede si aspettasse un poco più, sicchè il centro di gravità oltrepassasse la sommità della parabola, questo centro ricomincierebbe a cadere, e peserebbe nel piede posto a terra, ed oltracciò ci vorrebbe più forza per islanciarsi di nuovo. Se all' opposto non si aspettasse questo termine, e si ponesse il piè in terra prima dell' arrivo del centro di gravità al vertice della parabola, bisognerebbe estendere il piede, per farlo giungere al sito, con perdita di forza non necessaria, e l' attitudine non sarebbe la più comoda per proseguire il cammino.

L'acutissimo geometra Svizzero *Lambert* nel suo eccellente trattato sulla *forza del corpo umano*, considerando il caso, in cui un uomo ascende, o si slancia verticalmente, tanto con carico, quanto senza, arriva colla sua solita finezza ad un' equazione differenziale fra l'elemento dello spazio percorso dalla resistenza, e l'elemento dell' altezza dovuta alla velocità. L'integrale di quest' equazione, esaminato a dovere, contiene quest' importante teorema, che *l' altezza, alla quale l' uomo può slanciarsi ascendendo, è in ragion diretta della forza motrice, ed in ragione inversa della massa, che si solleva ascendendo*; proposizione tanto più conforme alle teorie conosciute, quanto siamo già accostumati a stimar le forze dalle altezze verticali.

Una ricerca importantissima, ma quanto più interessante, tanto più scabrosa e difficile, è quella, che riguarda la legge, con cui la forza dell' uomo, e di qualunque altro animale va gradatamente indebolendosi a misura, che cresce la velocità, con cui l' animale muove le sue membra. Senza ben conoscere questa legge, dalla quale dipende la cognizione del massimo possibil vantaggio da ritrarsi dalle macchine poste in azione per mezzo di forze animate, nulla può stabilirsi di

preciso, e di certo intorno alla quantità dell'. effetto massimo, prodotto da un agente animato, applicato a far giuocare una macchina, o a compiere un dato lavoro, che è il problema più utile, e più generale della meccanica. Non accade delle forze animate quello, che avviene della forza della gravità così terrestre, che universale. Questa rimane inalterabile, e sempre la stessa, qualunque sia la massa del corpo, che essa tende ad accelerare, e qualunque la velocità, con cui quello si muove. Ma la forza d'un animale, che agisce contro una data massa, o per vincere una certa resistenza, diventa tanto minore, o veramente produce un effetto tanto più piccolo, quanto per l'opposto è maggiore la massa, o resistenza da vincersi, e quanto è maggiore la velocità dello stesso animale. E se ne' primi istanti del moto lo sforzo dell' animale contro la resistenza cresce col crescere della sua velocità, esso giunge però tosto a quel limite, oltre il quale lo sforzo non più cresce, ma anzi scema, e s'indebolisce fino alla totale estinzione. Ed è ben naturale, che ciò addivenga, posciachè l'animale per muover la macchina, a cui è applicato, deve muovere insieme sè stesso, e conseguentemente consumare una parte della sua forza a

metter in moto il suo corpo; con che poi tanto meno glie ne rimane da esercitare contro la macchina; per modo che se egli arriva a consumare tutta la sua forza unicamente a muover sè stesso, nulla più glie ne resta per agire contro la resistenza, ed allora l'effetto prodotto è zero. L'insigne geometra *Bouguer*, nella sua grand'opera sopra *la nave, la sua costruzione, e i suoi moti*, dopo aver fatto molte quistioni sopra il meccanismo de' remi, e l'azione de' rematori, conchiude nel cap. 4. sez. 2. lib. 1. con queste memorabili parole: *Noi ci troviamo principalmente arrenati, perchè non sappiamo la relazione, che vi ha fra le diverse velocità, colle quali il rematore può travagliare, e la forza ch'egli può impiegare. Sarebbe dell'ultima importanza in parecchi altri incontri di conoscere questo rapporto, e di sapere, quanto diminuisce la forza degli uomini, allorchè sono obbligati ad agire con più di prontezza; e questo è quello, che l'anatomia, sebbene sommamente ajutata dalla geometria in questi ultimi tempi, non ci ha per anco insegnato. Si può esprimere questa relazione colle coordinate di una linea curva, della quale alcuni sintomi si presentano facilmente, ma ciò non impedisce, che essa non sia egualmente incognita.* Così il *Bouguer*. Ma se la *curva delle forze animali* è

ancora un arcano, se essa forma il più arduo, e sublime problema, non solo della fisica animale, ma di tutte le scienze matematiche, e se la soluzione di questo problema sarebbe forse la più utile, e la più grande scoperta, che siasi mai fatta dagli uomini; non è però, che alcuni felici tentativi de' primi geometri dell'età nostra non abbiano sollevato alcun poco il lembo di quel velo, che copre un tal soggetto. Lo stesso *Bouguer* nell'altra sua grand' opera sopra *la manovra de' vascelli*, pubblicata nel 1767, undici anni dopo la prima, adotta nel cap. 10 sez. 11. lib. 1. l'ipotesi più semplice di tutte, che *un marinajo andando due o tre volte più velocemente, il suo sforzo riceve una diminuzione due, o tre volte più grande*; come egli si esprime, che è quanto dire, che i decrementi della forza dell'uomo procedono con quella medesima proporzione, con cui procedono gl'incrementi della sua velocità. Questa ipotesi è stata poi provvisionalmente abbracciata, sino a che l'analisi scortata dalla sperienza, ci dia qualche cosa di meglio, dall' illustre autore di questo *Saggio sulla storia generale delle matematiche* Bossut nel capo ultimo della sua meccanica. Ma il grande Eulero, che niuna parte delle matematiche lasciò intentata, e tutte le corse in

aria di conquistatore, essendo entrato in questa disamina nelle due eccellenti dissertazioni sopra la *teoria delle macchine*, inserite nel tomo III, e VIII *de' nuovi comentarj* dell' Accademia di Pietroburgo, e nelle due altre sopra *la teoria delle trombe* nel tomo VIII dell' Accademia di Berlino, propone su questo punto una nuova idea, e stabilisce un' altra legge.

Egli vuole adunque, che le forze dell' uomo, e degli altri animali in tutt' i lavori, a cui vengono applicati, seguitino ne' loro incrementi successivi non già la ragione semplice inversa delle velocità, con cui agiscono, ma bensì la ragione inversa duplicata di tali velocità. Il fondamento, a cui questo gran geometra appoggia la detta legge, è un ingegnoso confronto, ch' egli fa della forza dell' uomo con quella d' una corrente d' acqua, la quale si porta contro un piano, mobile nella direzione stessa della corrente, e va a percuoterlo nell' atto, che questo, per la velocità concepita, le fugge davanti; dove è manifesto dalla teoria comune della percossa de' fluidi, che lo sforzo o impulso dell' acqua contro il piano è proporzionale al quadrato della velocità *rispettiva*, cioè al quadrato dell' eccesso della velocità della corrente sopra quella del piano:

Ma io nutro un sospetto, che questo confronto comunque ingegnosissimo, trattandosi di cose tanto eterogenee, come sono le forze animate, e le inanimate, possa bensì giovare per dar qualche idea in una materia sì oscura, ma non per convincere, e molto meno illuminare lo spirito. A me sembra piuttosto, se non vado ingannato, che la legge da Eulero stabilita, la quale si è trovata finora più conforme alle sperienze, possa più fondatamente dedursi da un principio molto più sicuro, che non è quello della percossa dei fluidi, dove ancor regna tanto d'incertezza, e d'oscurità. Questo principio nasce dalla considerazione del così detto *momento d'inerzia*, di cui si fa tanto uso nella parte più sublime della meccanica, dove si esamina il moto rotatorio de' corpi. Risulta, come è noto, il momento d'inerzia d'un corpo qualunque dal moltiplicare ciascuna particella elementare della sua massa pel quadrato della distanza di essa particella dall'asse di rotazione, e dal prendere poi la somma di tutti questi prodotti, alla qual somma si è dato il nome di momento d'inerzia. Quindi se due masse, ridotte ai loro centri di gravità, si applicano ad una leva in diverse distanze dal punto d'appoggio, e dal centro di rotazione,

le loro velocità sono in ragion semplice di tali distanze, ma i loro momenti d'inerzia relativamente al centro di rotazione, sono in ragion duplicata delle stesse distanze, o delle loro velocità. Dunque in parità di tutte le altre cose il momento d'inerzia è proporzionale al quadrato della velocità. Ma l'uomo, applicato a un dato lavoro, dee mettere in moto il suo corpo, ed agitare opportunamente le membra, le quali oppongono una resistenza, dipendente dalla loro inerzia: e questa resistenza, operando con braccio di leva, produce nel moto attuale un momento d'inerzia, che è come il quadrato della velocità, con cui si agitano le membra. Dunque la forza, che l'uomo consuma per superare l'inerzia del suo corpo, dovendo essere proporzionale al momento d'inerzia, lo sarà pure al quadrato della velocità. Dunque i decrementi della forza dell'uomo in ogni sorta di travaglio sono come i quadrati delle velocità, con cui egli dimena le sue membra: che è appunto la legge proposta da Eulero, la quale parmi ora, se non traveggo, meglio stabilita, sebbene non oserei chiamarla pienamente dimostrata.

Fermata una tal legge, per derivar da essa la formola generale, che si adatti a tutti

gli usi ordinarj della pratica, convien partire da due dati fondamentali. Il primo è la velocità massima dell'uomo, cioè quella, colla quale seguitando egli a muoversi per qualche ora, si trova destituto di forza, nè può portare, o trarsi dietro alcun peso, perchè il suo moto consuma tutt'i suoi sforzi. Il secondo è lo sforzo massimo, cioè quello che egli può esercitare per qualche tempo, senza troppa fatica, ma stando fermo, e senza muover le membra. Il primo dato, ossia la velocità massima, è fissato da Eulero a 6 piedi per minuto secondo, e l'altro, cioè il massimo sforzo, è fissato a 70 libbre. Ma l'uno, e l'altro mi par, se non erro, maggiore del giusto: ed io trovo, dietro un calcolo analitico, che qui non può aver luogo, il primo troppo forte di un sesto, il secondo di un terzo; avvegnachè a me risulta da questo calcolo, bastantemente esatto, la velocità massima di 5 piedi per secondo, in vece di 6, e lo sforzo massimo di sole 45 libbre in luogo di 70. Stabiliti questi due limiti estremi, si dica così: come il quadrato della velocità massima sta a tutta la forza perduta, cioè alla massima; così il quadrato di qualunque altra velocità indeterminata sta alla forza perduta corrispondente; e sottratta questa dalla forza massima già nota,

il residuo rappresenta tutto quello sforzo, che dall'uomo si consuma non più a muover sè stesso, ma la macchina, o la resistenza, su cui agisce. E qui si offre spontaneamente il problema, tanto interessante nella meccanica, di determinare il più grand' effetto, che possa esser prodotto da un agente animato, il quale opera contro un dato ostacolo, o innalza un qualche peso, o in qualsisia modo si adopera in un dato lavoro. Siccome l'effetto non si misura solamente dalla forza impiegatavi, ma ben anco della velocità dell'azione, perciò accade, che il decremento della forza, cagionato dall'aumento della velocità, non impedisce, che l'effetto non giunga al massimo fra tutti gli omologi. La ragione di ciò più naturale, e più splendida si è, che l'intensità dell'effetto più cresce per l'aumento della velocità, che non cala per la diminuzione della forza. Se pertanto per le note regole de' massimi, e minimi si differenzia la formola, che esprime un tal effetto, prendendo per variabile la velocità, e si uguaglia a zero il differenziale, si arriva immantinente a questo importantissimo risultato, che un agente animato, il qual si occupa in un dato travaglio, allora opera col massimo vantaggio, e produce il massimo effetto, quando egli impiega della

sua velocità totale quella parte soltanto, che è espressa dalla frazione, che ha l'unità per numeratore, e per denominatore la radice di tre, vale a dire 0,5773, o più brevemente $\frac{29}{50}$ di detta velocità. Di qui scorgesi tosto, che se la velocità totale dell'uomo verrà assunta di 5 piedi per secondo, quale a me risulta dal calcolo, [illegible] operando l'effetto il più grande di tutti; [illegible] analogi, allorchè si moverà con una velocità di 2,8865 piedi, o più brevemente di 2, 9 piedi per minuto secondo; il che trovasi appunto conforme a quanto la sperienza sembra averci fino ad ora insegnato.

X.

Formola dell' ottica di Newton, emendata da Young (1).

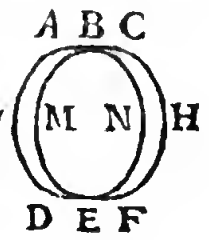
Il cav. Isacco Newton nella sua ottica (2) aveva osservato che se non fosse la diversa refrangibilità de' raggi di luce, i telescopj potrebbero portarsi ad un gran punto di perfezione mediante il comporre il

---

(1) *The Transactions of the Irish Academy vol. IV. in* 4° *Dublin.*

(2) *Lib. I Part. I pag.* 68. Il passo è il seguente nell'edizione di Padova 1749 in 4°. « *Quod si tam radii non essent diverse refrangibiles, conspicilla tubulata multo, quam adhuc descripsimus, perfectiora construi possent; componendo vitra obiectiva ex binis vitris, inclusa intus aqua, conglutinatis. Sit A D F C vitrum obiectivum, compositum ex duobus vitris A B E D, et B E F G, ab exteriore sui parte A G D, et C H F consimiliter convexis, et ab interiore sui parte B M E, et B N E consimiliter concavis, sitque aqua in cavitatem B M E N conclusa. Porro sit sinus incidentiae ad sinum refractionis*

vetro obbiettivo di due vetri con dell' acqua frammezzo nel modo seguente. Rappresenti A D F C il vetro obbiettivo composto di due vetri A B E D, B E F C similmente convessi nelle parti esteriori A G D, C H F, e similmente concavi nelle interiori B M E, B N E, con dell' acqua nella concavità B M E N. Sia il



---

e vitro in aerem, ut I ad R; ex aqua in aerem, ut K ad R; et consequenter e vitro in aquam, ut I ad K. Diameter sphaerae, ad quam facies convexae A G D, et C H F tornatae sint, esto D; diameterque spaerae, ad quam facies concavae B M E, et B N E tornatae sint, esto ad D, ut radix cubica illius K K − K I ad radicem cubicam illius R K − R I: jamque refractiones in concavis vitrorum faciebus, multum corrigent errores refractionum in convexis faciebus; quatenus quidem ii e sphaerica vitri figura oriuntur. Atque hac quidem ratione conspicilla tubulata satis admodum perfecta, atque absoluta construi possent; si utique diversa radiorum genera non forent diverse refrangibilia ».

Altro passo analogo trovasi nel lib. I sul fine, prop. 98 de' *Principj* di Newton, dove

seno d'incidenza al seno di refrazione dal vetro nell' aria come I ad R, e dall' acqua nell' aria come K ad R, e per conseguenza dal vetro nell' acqua come I a K: e sia D il diametro della sfera, su cui sono stati tagliati i lati convessi A G D, e C H D, e il diametro della sfera, su cui sono stati tagliati i lati concavi, stia a D, come sta la radice cubica di K K − K I alla radice cubica di R K − R I; col mezzo di che le refrazioni de' lati concavi dei vetri correggeranno *moltissimo* gli errori delle refrazioni de' lati convessi, in quanto esse derivano dalla sfericità della figura.

Il sig. Euler profittando di questo cenno non fu senza speranza di poter con qualche artifizio impedire la dispersione, che viene cagionata dalla differenza di refrangibilità; e pubblicò una memoria su quel soggetto negli atti di Berlino per l'anno 1747. Questa memoria eccitò l'attenzione del sig. Dollond, e

---

nello scolio si legge: « *Si perspicillorum vitra obiectiva ex vitris duobus sphaerice figuratis, et aquam inter se claudentibus conflentur; fieri potest, ut a refractionibus aquae errores refractionum, quae fiunt in vitrorum superficiebus extremis, satis accurate corrigantur* ».

fece nascere quella controversia, che terminò sì felicemente nella gloriosa scoperta del telescopio acromatico.

È cosa singolare, che questa costruzione del primo obbiettivo composto, benchè soggetto principale d'indagine, non sia mai stata dimostrata nel progresso della controversia. Il conte Redern nella sua memoria sull' *influenza che il famoso Newton attribuisce alla diversa refrangibilità dei raggi di luce sui telescopj a refrazione*, negli atti di Berlino per l'anno 1760, osserva che *egli è da dolersi, che Newton non ci abbia dato la dimostrazione di quest' ammirabile costruzione, la scoperta della quale non sarebbe inferiore a quella della diversa refrangibilità della luce*; e *ch' egli non ci abbia informato, se l' aveva messa in esecuzione*.

Nell' edizioni in 4° e in 8vo. dell' ottica, nella traduzione latina del dottor Clarke, nell' edizione del dottor Horseley, nella Fil. Brit. di Martin, vol III, pag. 62, e nella memoria del conte Redern sopra inserita, la ragione dei semidiametri, è determinata nella stessa maniera, che la dianzi descritta. E nulla di meno non vi ha dubbio, che un qualche errore deve essersi introdotto nel testo; avvegnachè le quantità K K – K I, ed R K – R I stanno tra loro come K ad R, e

conseguentemente la ragione dei semidiametri secondo questa espressione dipende soltanto dalla refrazione fra l'acqua, e l'aria, senza involgere alcuna considerazione della potenza refrattiva del mezzo ambiente, che include l'acqua; il che è evidentemente falso. Nè si può supporre, che Newton abbia dato la ragione in questa forma complessa, la quale è intuitivamente riducibile ad un' espressione tanto più semplice. Il sig. Harris nella sua ottica, e il dotto Priestley nella sua storia della visione, ec. descrivono l'invenzione in generale come consistente nell' incollare due simili vetri concavo-convessi con dell' acqua frammezzo, i semidiametri della superficie de' quali abbiano fra loro una certa ragione. Il cercare adunque la dimostrazione di questa costruzione è cosa desiderabile non solo per sè stessa, ma anco perchè può guidare ad una correzione del testo di Newton, che, come si è osservato, apparisce manifestamente viziato.

Se la ragione di I ad R indica la ragione del seno d'incidenza al seno di refrazione dal vetro nell' aria, D il semidiametro della superficie sferica, ed *y* la semiapertura della lente, Newton ha dimostrato, che quando i raggi paralleli cadono sul lato piano di una lente piano-convessa, l'aberrazione laterale al

fuoco dipendente dalla sfericità della figura sarà uguale ad $\frac{R^2 y^3}{2I^2 D^2}$, che diviso per $\frac{RD}{R-I}$ distanza del fuoco dal centro della lente, dà $\frac{(R^2 RI) y^3}{2I^2 D^3}$ per l'angolo, che l'aberrazione laterale al fuoco sottende al centro della superficie. Ora quando il raggio passa dal vetro nell'acqua inclusa, e dall'acqua nel vetro, egli è evidente, che le refrazioni, e conseguentemente le aberrazioni sferiche sono contrarie a quelle, che si fanno alla prima, ed all'ultima superficie, e conseguentemente affinchè ogni aberrazione svanisca, le aberrazioni laterali dal vetro nell'aria, e dal vetro nell'acqua (come le principali, e presso a poco uguali a quelle dall'aria nel vetro, e dall'acqua nel vetro) debbono sottendere angoli uguali al comun centro delle superficie sferiche; dunque se noi supponghiamo, che i raggi nel passare dal vetro nell'acqua cadono paralleli sull'acqua, l'angolo, che l'aberrazione laterale dei raggi al fuoco sottende al centro della superficie rifrangente, sarà uguale a $\frac{(K^2 KI) y^3}{2I^2 d^3}$; il quale essendo fatto eguale ad $\frac{(R^2 RI) y^3}{2I^2 D^3}$ abbiamo d^3 a D^3

come K² K I ad R R – R I. Quantunque i raggi non cadano paralleli sull' acqua, tuttavia l' errore cagionato dalla loro divergenza, o convergenza non produrrà nessuna differenza di rimarco nella conclusione. Vedi la Diottrica di Emerson, Cor. 7 e 8 prop. 4 lib. 3. E che Newton non abbia avuto in mira una compiuta accuratezza, egli è evidente dalle sue parole, *moltissimo correggeranno gli errori di refrazione, che dipendono dalla sfericità della figura*.

Si può osservare dall' espressione testè addotta, che la ragione de' semidiametri delle superficie dipende non meno dalla refrazione fra l' acqua, e il vetro, che dalla refrazione fra il vetro, e l' acqua. Si può eziandio osservare, che nell' ultimo termine dell' analogia, qual si ha nel testo di Newton, si dee leggere R R in vece di R K, che rende il tutto coerente, e toglie una patente alterazione.

Se le superficie non sono concentriche, diventando ogni vetro un menisco, nessun errore ne nascerà; perchè il centro della superficie concava sarà tanto più lontano dal fuoco della lente composta da un lato, quanto è più vicino dall' altro; e conseguentemente la correzione per una superficie sarà

nudo, e per conseguenza come una superficie 100 volte più larga, che la faccia reale. Ma pigliando il cannocchiale, si vede, ch'ella apparisce solamente 100 volte più vicina, e questa prossimità di apparenza diviene la sola cagione della loro maraviglia. Imperciocchè siccome la faccia di quest'uomo apparisce loro nel cannocchiale nella sua grandezza ordinaria, e colla stessa distinzione, e varietà dei lineamenti, e delle minime parti, come apparisce all'occhio nudo, allorchè ella è 100 volte più vicina, essi non trovano alcuna circostanza straordinaria in quest'apparenza, ad eccezione della grande vicinanza. Di più riguardando la faccia d'un uomo coll'occhio nudo a 100 tese di distanza, noi lo concepiamo più grande a proporzione della distanza, che se ella fosse più vicina; perchè l'aria d'una persona conosciuta somministra alla nostra memoria l'idea generale de' suoi lineamenti, i quali esaminandoli non sono distinti dal nostro occhio; siccome noi ne siamo pienamente convinti volgendo gli occhi a stranieri, o ad oggetti sconosciuti, i quali richiedono una percezione più particolare delle loro minime parti: di maniera che questo pregiudizio contribuisce altresì a deludere l'aspettazione dell'osservatore nell'idea, ch'ei

si era formata del cannocchiale, quantunque desso gli sembri perfetto, e ammirabile in questo, che gli fa scoprire le minime parti degli oggetti (1).

---

(1) *Merita di esser qui riferito il seguente passo tratto dall' articolo* Ingrandimento *nel dizionario tedesco di fisica di Gehler.*

« *Siccome gli angoli visuali comprendono fra i loro lati semplicemente le dimensioni lineari degli oggetti, così i numeri calcolati danno puramente gl' ingrandimenti delle* linee *o* diametri. *Le superficie vengono ingrandite nella proporzione de' quadrati di questi numeri, per es. la superficie della luna* 100 *volte; se il cannocchiale rappresenta il diametro* 10 *volte più grande. Ma di uno strumento ottico determinare quante volte esso ingrandisca lo spazio solido è una vana millanteria, che inganna solo gl' ignoranti con numeri grandi, ma non dice niente nella sostanza, perchè le linee soltanto, e le superficie si possono vedere, e non mai la solidità* ».

Intorno alla determinazione degl' ingrandimenti degli strumenti ottici per mezzo di prove effettive, ed intorno ad uno strumento particolare per quest' uso, vedi Auzometer *del predetto dizionario.*

Ne' casi non ordinarj, e nelle maggiori distanze il nostro giudizio intorno alla grandezza degli oggetti si regola sulla distanza *apparente*, che noi attribuiamo ai medesimi. Noi teniamo per grande ciò, che in una gran distanza *apparisce* nondimeno sotto un angolo grande; e per piccolo ciò che in una piccola distanza è veduto tuttavia sotto un piccolo angolo. La grandezza apparente dell' oggetto dee allora considerarsi come il prodotto dell' angolo visuale (o più propriamente della tangente dell' angolo) nella distanza *apparente*. Quindi segue naturalmente, che posto lo stesso angolo, l'oggetto apparisce maggiore se noi lo crediamo più lontano, e minore se lo giudichiamo più vicino.

Di qui anche ne viene, che noi c'ingannamo intorno alla grandezza degli oggetti tutte le volte, che c'inganniamo intorno alla distanza, e che i giudizj della grandezza apparente sono differenti, allorchè le idee della distanza non vanno d'accordo. E già si sa quanto sono instabili, e fallaci i nostri giudizj sulla distanza, e quanti errori debbono questi partorire intorno alla grandezza apparente. Quando si sente dire, che un cannocchiale ingrandisce 20 volte, e però 400 volte in superficie, si spera di poter con ciò

vedere i corpi celesti in una sorprendente grandezza: ma poi attualmente osservandoli con tale stromento uno si trova molto ingannato, giacchè l'oggetto si vede bensì più grande che coll'occhio nudo, ma d'un gran pezzo men grande che non si aspettava. La spiegazione del fenomeno è molto facile: l'angolo visuale, ovvero ciò che propriamente si chiama grandezza apparente, è realmente 20 volte ingrandito, ma l'oggetto comparisce di essersi molto più avvicinato, ed in proporzione di questo avvicinamento si diminuisce nel nostro giudizio la sua grandezza apparente.

Da molte persone, che osservano Giove con uno stesso cannocchiale, si sentono formare giudizj totalmente diversi della sua grandezza apparente. Uno lo paragona ad uno scudo, l'altro ad una lira, il terzo alla testa d'una spilla. Ciò vuol dire, che il primo si rappresenta più lontano il campo oscuro, in cui egli vede il disco chiaro di Giove, e l'ultimo se lo figura più vicino. Il sole, e la luna ci appaiono all'orizzonte molto più grandi, che a qualche altezza sopra il medesimo, perchè noi crediamo il cielo per più lontano, e nelle regioni più alte per più vicino. L'angolo ottico, sotto cui si vedono questi corpi misurato con istromenti astronomici resta qui sempre lo

stesso. Così pure le distanze delle fisse l'una dall'altra ci appariscono maggiori all'orizzonte, che nell'altezza; e se si vuol giudicare a stima d'occhio dell'altezza sopra l'orizzonte, determinare per es. il punto, che ha un'altezza di 45°, desso si stabilisce sicuramente troppo basso, e si trova un punto, che ha appena 23° di altezza, perchè la metà del cielo verso l'orizzonte ci compare più lontana, e però anche molto più grande, che la metà del cielo verso il zenit. Anche gli oggetti terrestri, uomini, animali, ec. guardati dall'alto, o dal basso ci compariscono più vicini, e quindi più piccoli, che se si vedessero sulla pianura.

Perlocchè nel giudizio della grandezza apparente concorrono tutte quelle circostanze, che determinano il giudizio della distanza, e forse a queste se ne aggiungono altre molte. Se noi vediamo una cosa in una relazione, che ci richiama alla memoria altre simili esperienze, anche queste allora concorrono a determinare il giudizio della grandezza. Se noi abbiamo per molto tempo adoperato una cosa, per es. un calamaio, un bicchiere, e poscia ne prendiamo uno più grande, questo ci comparisce da principio molto grande, ma col tempo ci si mostra sempre gradatamente

più piccolo. Ai ragazzi le cose lontane compaiono più picoole, che agli adulti, ec. La grandezza dell' immagine sulla retina è soltanto una mera circostanza, che accompagna la vista; che cosa ciò importi, noi lo interpretiamo, come nelle parole equivoche, da tutto il complesso. Non si può quindi parlar mai con precisione della *grandezza apparente*, se non si sta unicamente al primo significato della parola, cioè alla pura rappresentazione ottica, esprimendo la detta grandezza coll' angolo, sotto il quale i raggi estremi di luce vengono dall' oggetto nell' occhio. La tangente di questo angolo sta al seno totale, come la *vera* grandezza alla distanza, se si guarda perpendicolarmente verso la linea, per mezzo della quale si misura la *vera* grandezza. Se questo angolo è piccolo si può mettere nella proporzione l' angolo stesso in vece della sua tangente. Per uno stesso oggetto stanno adunque le grandezze *apparenti* nella ragione inversa delle distanze; e per distanze uguali le grandezze *apparenti* sono in ragion diretta delle *vere*.

Smith nella sua ottica si affatica per derivare il giudizio intorno alla distanza *apparente* degli oggetti dalla loro sola grandezza *apparente*, per la quale egli intende qui l' angolo

visuale. *Avendoci*, egli dice, *l'esperienza insegnato, che certe grandezze apparenti di un corpo conosciuto sono costantemente connesse con certe distanze, la sensazione della grandezza di un corpo eccita tosto l'idea della sua distanza... Le idee di distanze variabili debbono essere eccitate da certe sensazioni variabili..... Ma cangiandosi la distanza reale di un oggetto non si cangia nulla nella immagine, fuorchè la sua grandezza; perocchè la figura, il colore, la chiarezza, e la distinzione nella maggior parte dei casi restan gli stessi.* Secondo qnesta teoria dovrebbe *la distanza apparente crescere nella stessa proporzione, in cui decresce la grandezza apparente*, e viceversa. Ma è un' asserzione totalmente falsa, che si giudichi della distanza degli oggetti puramente dall' angolo ottico. Ella si oppone all' esperienza ne' casi più ordinarj. Quando l' occhio guarda qualche cosa con un microscopio, per cui l' angolo visuale è straordinariamente ingrandito, secondo questa teoria dovrebbe la distanza dell' oggetto dall' occhio comparire nella stessa proporzione impicciolita, il che però non accade. Egli è pur anco noto, che per un vetro concavo tutto apparisce più piccolo, ed insieme più vicino, che non all' occhio nudo: laddove secondo Smith dall' impiccolimento dovrebbe

seguirne una maggior distanza *apparente*. Se si tiene avanti un lume un vetro doppiamente convesso per modo che il lume vi si specchi dentro, si vedono due immagini, l'una diritta, la quale viene riflettuta dalla superficie anteriore del vetro, ed una rovesciata dalla superficie posteriore. Allontanando un poco dal lume il vetro, l'immagine rovesciata comparisce più piccola dell'altra, ma nondimeno più vicina; il che manifestamente contraddice all'asserzione di Smith.

Il Robins, il quale oppone al sentimento di Smith gli argomenti testè addotti, conchiude poi così (1): *A dir breve ciò, che ha imbarazzato il sig. professore, è questo, che la grandezza apparente degli oggetti lontanissimi non è mai determinata dalla sola grandezza dell'angolo, sotto cui sono veduti, e non è tampoco nell'esatta proporzione di quell'angolo paragonato colla loro vera distanza, ma ella è anche congiunta con un inganno concernente quella distanza; talmente che se noi non avessimo nessuna idea di differenza nella distanza*

(1) *Nelle sue* Remarks on Dr. Smith's Compleat System of Opticks *inserite nel tom. IV. delle sue opere stampate in Londra* 1761.

degli oggetti, ciascheduno apparirebbe nella grandezza proporzionale all' angolo, sotto il quale esso è veduto, e se il nostro concetto della distanza fosse sempre giusto, la nostra idea della loro grandezza sarebbe in tutte le distanze invariabile; ma a misura che noi c' inganniamo nel nostro concetto della distanza, l' angolo maggiore ci rappresenta una grandezza maggiore. Il nostro autore non essendo bene al fatto di quest' effetto complicato, ha alcune volte spiegato la grandezza apparente coll' angolo visuale solamente, altre volte con quell' angolo paragonato alla distanza, ed in tal guisa egli si mostra incoerente con sè medesimo.

Un riflesso importante da farsi circa la visione, e che pare sfuggito agli scrittori, si è, che il dire, come si fa dalla comune degli ottici, che ogni raggio rappresenta l' immagine del punto dell' oggetto, da cui parte, e che l' anima giudica del luogo, e della situazione di quel punto dalla direzione del raggio incidente, è in effetto onninamente falso, e insussistente. Imperciocchè parte da ciascun punto visibile dell' oggetto non un solo raggio, ma un cono d' innumerabili raggi, il quale ha il vertice nel punto radiante, e la base nella pupilla dell' occhio; questo cono poi per le refrazioni, che i raggi soffrono negli umori

dell' occhio, si rovescia, e capovolge, e conservando la stessa base nella pupilla getta il suo vertice sul fondo dell' occhio, o sulla retina. Ora, se un tal cono capovolto si concepisce prolungato sino al luogo del punto radiante, o visibile, acquista quivi una base, la cui larghezza sta alla larghezza della pupilla, come la distanza del fondo dell' occhio dal punto visibile alla distanza del fondo dell' occhio dalla pupilla. Conseguentemente, se l' anima vedesse il punto radiante nella direzione di ciascun raggio, ch' esso tramanda all' occhio, lo vedrebbe straordinariamente ingrandito, e in vece di un punto fisico vedrebbe uno spazio notabilmente ampio: e ciò vale per tutti gli altri punti d' un oggetto qualunque; e così tutti gli oggetti ci comparirebbero stranamente ingranditi oltre il naturale; il che è contrario al fatto costante, e alla comune esperienza di tutti gli uomini. Dunque non ogni raggio, che parte da un punto visibile rappresenta l' immagine di tal punto, e dirige il giudizio dell' anima circa la situazione, e il luogo preciso del punto medesimo; ma soltanto il raggio, che costituisce l' asse del cono luminoso tramandato all' occhio, è quello che regola un tal giudizio, sia che quest' asse si trovi nella direzione stessa dell' asse dell' oc-

chio, come accade, allorchè il punto visibile è situato nel prolungamento dell' asse dell' occhio, sia che esso penetri l'occhio obliquamente, formando ciò che chiamasi dagli ottici il *raggio principale*, come avviene, quando il punto visibile si trova fuori dell' asse dell' occhio. A ciò non pare aver fatto attenzione il D' Alembert nella sua prima difficoltà contro i principj ottici, come si vede nel I. tomo de' suoi opuscoli matematici.

XII.

Sopra la maniera di conoscere la bontà relativa de' cannocchiali.

Due cannocchiali sono da stimarsi della stessa bontà nel loro genere, qualora la *chiarezza*, e la *distinzione* delle immagini da essi rappresentate è proporzionale all' ingrandimento. Nasce la chiarezza dalla quantità della luce, la quale è proporzionale all' apertura. Che se in due cannocchiali l' apertura sia la medesima, l' immagine sarà necessariamente tanto più chiara, quanto sarà più picciola, e tanto più oscura, quanto sarà più grande. Ond' è che chiamata F la lunghezza del fuoco principale della lente obbiettiva, f della lente oculare, poichè l' ingrandimento del diametro

dell' oggetto è = F, e la grandezza dell' immagine è in ragion duplicata di tale ingrandimento, la detta ampiezza dell' immagine sarà come $\frac{FF}{ff}$, e consegnentemente la chiarezza come $\frac{ff}{FF}$. Supposto inoltre costante l'ingrandimento, sarà la chiarezza come l'apertura, cioè (nominandosi il diametro dell' apertura d) sarà come dd: e perciò variando sì l'ingrandimento, che l'apertura in due cannocchiali, la chiarezza sta come $\frac{dd\,ff}{FF}$; e questo ha luogo sì ne' cannocchiali *ordinarj*, che negli *acromatici*.

La distinzione delle immagini dipende dall' iride minore, sia che questa iride nasca dalla diversa refrangibilitá, sia che nasca dalla figura sferica. L' estensione dell' iride è sempre una parte determinata del diametro dell' immagine: sicchè supposta la lente oculare esente dal difetto di sfericità, e da quella della differente refrangibilità, l' estensione dell' iride venendo all' occhio sarebbe proporzionale all' ingrandimento del diametro; e però come $\frac{F}{f}$. Ma perchè il difetto dell'iride diventa più o meno sensibile, secondo che più o meno la lente oculare rifrange, e la refrazione dell'

oculare è tanto maggiore, quanto è minore la sua lunghezza focale, ovvero in ragione inversa della lunghezza focale; quindi il difetto dell' iride è in ragion diretta dell' ingrandimento, ed inversa della lunghezza del fuoco dell' oculare, cioè in ragione di $\frac{F}{ff}$ ne' cannocchiali ordinarj. Se questi medesimi cannocchiali sono di eguale bontà, questa ragione dev' essere costante, e perciò $\frac{F}{ff} = 1$, cioè $F = ff$, e $\surd F = f$. *Dunque affinchè in due cannocchiali la distinzione riesca la medesima, le lunghezze focali degli oculari debbono essere in ragione sudduplicata delle lunghezze focali degli obbiettivi.*

Parimente siccome due cannocchiali *ordinarj* di egual bontà aver debbono la stessa *chiarezza*, così sarà $\frac{dd\,ff}{FF} = 1$, e quindi $dd = \frac{FF}{ff}$, cioè $d = \frac{F}{f}$: ma abbiamo trovato $\surd F = f$; dunque $F = \frac{F}{\surd F}$, $= \surd F$ vale a dire *affinchè in due cannocchiali ordinarj di ugual bontà siavi la stessa chiarezza, i diametri delle loro aperture debbono essere in ragion sudduplicata delle lunghezze focali degli obbiettivi.* Da ciò si fa ma-

nifesto, dato un buon cannocchiale, quali sieno le dimensioni dell' apertura, e della lunghezza focale del vetro oculare per un altro cannocchiale di data lunghezza.

XIII.

Sopra la chiarezza della immagine degli oggetti dipinta sulla retina.

Quando un oggetto si avvicina all' occhio, il diametro della sua immagine sulla retina cresce nella stessa proporzione, in cui decresce la distanza fra l'occhio, e l'oggetto, e viceversa esso decresce nella medesima ragione, che questa distanza cresce. Imperocchè il diametro dell' immagine cresce nella stessa proporzione, che l'angolo compreso dall' oggetto nell' occhio; e quest' angolo, quando è piccolo, cresce nella stessa proporzione, in cui la distanza fra l'occhio, e l'oggetto diminuisce.

Il grado di chiarezza dell' immagine di un oggetto dipinta sulla retina è sempre lo stesso in tutte le distanze dell' occhio dall' oggetto, purchè nessuno de' raggi venga arrestato nel suo cammino, e l'apertura della pupilla non si cangi. Per es. quando l'occhio

si avvicina ad un oggetto due volte più di prima, la sua pittura sulla retina diventa doppia in lunghezza, e doppia in larghezza, e per conseguenza quadrupla in superficie. Ma la quantità de' raggi, che entrano per la medesima apertura della pupilla alla semidistanza dall' oggetto, è parimente quadrupla; ed essendo sparsa ugualmente sulla quantità quadrupla della superficie nella retina, ella è precisamente tanto densa, come prima, allorchè l' oggetto era ad una doppia distanza. Quindi ne segue, che l' apparenza indebolita degli oggetti lontani non può venire se non se dall' opacità dell' atmosfera, che impedisce una parte della loro luce di venire all' occhio. Questa è la ragione, per cui noi troviamo, che il sole, la luna, le stelle hanno un lume debolissimo presso l' orizzonte, perchè la traccia de' vapori, che si trovano nella strada de' raggi, è più lunga, e più densa vicino all' orizzonte, e diventa men densa, e più corta a misura, che gli oggetti sono più elevati, e conseguentemente essa forma meno ostacolo al passaggio de' raggi.

XIV.

Sopra un doppio obbiettivo novellamente immaginato dal sig. Klügel pe' cannocchiali acromatici con varj riflessi analoghi tratti dalla sua esimia dissertazione tedesca su tale oggetto.

1. In una dissertazione presentata dal sig. Klügel alla Società delle scienze di Gottinga (1) comunicò egli un nuovo calcolo molto corretto d'un perfetto doppio obbiettivo. Si crede ora di render servigio agli artefici, ed amatori dell' ottica pratica con far loro noti per mezzo dell' *archivio* di Halle i risultati del suo calcolo. Sarà mestieri nel tempo stesso di aggiungervi alcuni schiarimenti.

2. I calcoli dioptrici hanno generalmente fatta molta difficoltà ai matematici: ma particolarmente le ricerche sopra la costruzione di un obbiettivo composto di due, o tre lenti, per cui i raggi tanto omogenei, quanto eterogenei vengano, meno che sia possibile,

(1) *Se ne veda un estratto ne' fogli letterarj di Gottinga* 1796.

dispersi. Le dissertazioni di Clairaut, d'Alembert, Klingenstierna, Boscovich debbono stancare anche un lettore paziente, e non danno in fine risultati soddisfacenti. Euler fu il primo, che portò la luce nella diottrica. Ma nella sua opera sopra questa scienza, la seconda parte, che tratta della fabbrica de' cannocchiali, abbisognava d'un nuovo travaglio, particolarmente intorno agli obbiettivi composti. Ciò fu eseguito in una dissertazione ne' *Comm. Petrop. novis* tom. XVIII., che è in questa materia uno scritto capitale. Colla guida di questo gran maestro il sig. Klügel compose una teoria della diottrica con una dettagliata applicazione agli strumenti ottici (1), la quale presenta pressochè tutto quello, che da una teoria generale su quest'oggetto si può dimandare. Credette egli anche per molto tempo, ch' essa fosse bastantemente sicura per la pratica: ma in questo si era egli troppo da quella ripromesso.

3. La colpa sta nella qualità dell' oggetto. Primieramente il rapporto costante della refrazione de' raggi omogenei non è il rapporto degli angoli, ma dei loro seni. Ciò

(1) Analytische Dioptrik. *Leipzig* 1774 *in* 4.

necessita ad esprimere per approssimazione i seni pei loro angoli, ovvero a cercare in altro modo per la posizione del raggio delle formole, che non sono pienamente esatte. In una sola refrazione questo può bastare, ma in più refrazioni può nascere da questo un' aberrazione considerabile. Imperciocchè è secondariamente da notarsi, che una piccola variazione nella distanza focale de' raggi incidenti può già in una sola refrazione trar seco un cambiamento notabile nella distanza focale de' raggi refratti, e molto più in molte refrazioni. Si aggiunge in terzo luogo, che per l'aberrazione de' raggi marginali non solo si muta il loro punto d' intersezione coll' asse della lente, ovvero la distanza della superficie rifrangente, ma ben anche il seguente angolo d' incidenza, onde l' aberrazione può aumentarsi in un modo assai svantaggioso.

4. Siccome piccoli cangiamenti nella distanza focale de' raggi incidenti possono trarsi dietro de' notabili cangiamenti nella posizione de' raggi refratti; così anche le grossezze dei vetri, che senza grande prolissità non si possono introdurre nel calcolo, cagionano una considerabile inesattezza. I cangiamenti nella posizione de' raggi eterogenei, che ne derivano, sono bensì dello stesso nome, ma non

egualmente grandi. Ne' raggi marginali la grossezza de' vetri influisce tanto sulla loro intersezione coll' asse, quanto sull' angolo d'incidenza, e di refrazione.

5. Un' altra circostanza, di cui la diottrica non può rispondere, ma a cui ella dee però aver riguardo, è la differenza della qualità del vetro, cioè di quello, che lavora l'artefice. Perciò il calcolo secondo i suoi dati esser dovrebbe molto esatto, perchè l'aberrazione dello stesso, e quella nata dalla qualità del vetro non accumulino gli errori. Ciò è pur necessario per la ragione, che l'artista non incontrerà con tutta esattezza le misure prescritte, quand' anche i vetri abbian la supposta qualità.

6. Nella *diottrica analitica* il sig. Klügel ha proposto due costruzioni d'un doppio obbiettivo. Una combina con quella, che Euler ha calcolata ne' comentarj di Pietroburgo, se vi si corregge un errore della formola in un segno. Pel confronto col nuovo calcolo di Klügel si danno qui le misure per questo obbiettivo.

La distanza focale dell' obbiettivo sia = 10000; ed è

I. La distanza focale della lente anteriore convessa 1985

Il semidiametro di ciascuna superficie 2102

II. La distanza focale della lente posteriore concava 2222

Il semidiametro della superficie anteriore 1768

Il semidiametro della posteriore 4756

III. La lontananza dei punti di mezzo delle due lenti 165

Due di queste grandezze nell' ultima cifra sono qui assegnate più esattamente, che Klügel non ha fatto nel calcolo §. 345 della sua *Diottrica analitica*.

7. La proporzione di refrazione de' raggi medii nel vetro corona è presa come 1,53 : 1, nel flint come 1,58 : 1. La proporzione di refrazione per li raggi più di tutti, e meno di tutti refrangibili non è qui immediatamente usata, ma bensì la $\frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1}$, dove n : 1, ed n' : 1 indicano la proporzione della refrazione per li raggi mezzani, e dn, dn' le variazioni di n, ed n' per gli estremi. Egli è adottato, che stia $\frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} :: 3 : 4$. Pongasi $dn = 0{,}00636$; è dunque $dn' = 0{,}00928$.

8. Per calcolare esattamente il cammino de' raggi, deve anche essere determinata la grossezza de' vetri, ch' è stata ommessa nel

calcolo generale. Si prenda la mezza grossezza della lente convessa = 50; della concava = 20, si ha l'intervallo delle superficie interne = 95, poichè l'intervallo de' punti di mezzo è = 165. La mezza larghezza della lente convessa è = 456, a cui l'angolo corrispondente è = 12° 31′. Non si vuol però dire, che si adopri tutta questa apertura. Euler prende il diametro dell'apertura = 884, la metà del più piccolo semidiametro delle superficie rifrangenti. Non si fa però conto su questo diametro, ma sugli angoli d'incidenza, e di refrazione.

9. Klügel ha calcolato il cammino dei raggi mezzani, e de' massimamente rifrangibili, che passano vicinissimi all'asse, ovvero senz'aberrazione dipendente dal rapporto della refrazione; poscia anche il cammino de' raggi di mezzana refrangibilità, i quali passano alla distanza di un arco di 10° dall'asse. Il cammino de' primi è determinato da una nota formola per la refrazione ad una superficie; quello degli altri si trova col calcolo trigonometrico, dove gli angoli sono in secondi, e per le grandezze lineari in particelle centesime. I risultati sono riportati nelle due seguenti tabelle.

Distanze focali.	senz'aberrazione. raggi mezzani.	senz'aberrazione. raggi massimam. refrangibili.	raggi mezzani aberranti.	aberrazione.
I.	6068	6021	6029	− 39
II.	1966	1943	1859	−107
III.	7660	7648	7767	+107
IV.	11710	11767	12120	+410

Refrazione.	Angolo di incidenza.	Angolo di refrazione.
I.	19.° 0. 0.	6° 31′ 1″
II.	13. 25. 17.	20 48 6
III.	22. 6. 59.	13 47 7
IV.	1. 34. 54.	2 29 59

10. È manifesto da questo calcolo, che la grossezza delle lenti produce un notabile cangiamento nella distanza focale dell'obbiettivo composto, dove intanto la differenza delle distanze focali per li raggi medii, e per li più refrangibili non è considerabile, ma soltanto $\frac{1}{205}$

della distanza focale. Ma l'aberrazione dei raggi, che passano pel margine da quelli, che vanno pel mezzo della lente è molto notabile. La cagione sta principalmente nei grandi angoli d'incidenza, e di refrazione alla seconda, e terza superficie rifrangente. La formola, secondo la quale dovrebbe esser tolta l'aberrazione, non è bastantemente esatta per angoli così grandi. Secondariamente nella terza refrazione non avrebbe dovuto rimanere alcuna aberrazione, perchè la quarta a motivo del piccolo angolo del raggio col semidiametro della superficie non è punto soggetta a veruna notabile aberrazione. L'aberrazione + 410 nasce quasi intieramente, ed unicamente dall' aberrazione + 107 alla terza refrazione.

11. Quindi è che la lente anteriore dee farsi scalena, e il semidiametro della superficie posteriore dev' esser maggiore di quello della superficie anteriore, affinchè il secondo angolo d'incidenza, e di refrazione diventi più piccolo. Nel secondo progetto di un doppio obbiettivo anche Klügel (*Anal. Dioptr.* §. 354) ha fatto il semidiametro della superficie anteriore un poco più piccolo di quello della posteriore nella ragione di 191 : 233. Ma ciò non basta. Il meglio è di determinare i se-

midiametri in modo, che gli angoli del raggio incidente, ed emergente coi semidiametri sieno prossimamente eguali. Con ciò le aberrazioni angolari da ambe le parti prese insieme diventano un *minimo*. È bensì vero, che allora l'aberrazione longitudinale sull' asse nel primo vetro non è un minimo; ma è meno importante un ingrandimento dell' aberrazione longitudinale, che un ingrandimento dell' aberrazione angolare, la quale per esser tolta richiede un maggior angolo d' incidenza alla terza superficie rifrangente. Quanto più piccoli si fanno gli angoli d' incidenza, e di refrazione, tanto meno è da temersi una pregiudiziale aberrazione de' raggi estremi, se quella de' medii è levata.

12. Sia la distanza del punto luminoso, ovvero d' un punto d' unione de' raggi avanti una lente biconvessa $= a$; il punto d' unione dietro la lente $= \alpha$; il rapporto di refrazione $= n : 1$; il semidiametro della superficie anteriore $= f$, della posteriore $= g$; egli è chiaro, che se l' angolo d' incidenza de' raggi incidenti è uguale all' angolo di refrazione degli emergenti, è prossimamente $f = \frac{2(n-1)a\alpha}{(2-n)\alpha + n a}$; $g = \frac{2(n-1)a\alpha}{(2-n)a + n\alpha}$, e se a è infinitamente grande, $f = \frac{2(n-1)\alpha}{n}$; $g = \frac{2(n-1)\alpha}{2-n}$.

Per esempio, se $n = 1{,}53$, sta $f : g :: 47 : 153$.

13. L'aberrazione nella refrazione per la prima lente dev'esser tolta mediante l'aberrazione della terza refrazione, così che in questa non ne resti nessuna, o una molto piccola. L'aberrazione nella terza refrazione nasce parte dall'aberrazione nelle due precedenti, parte da questa immediatamente. Sia a la distanza del punto d'unione de' raggi incidenti dietro la terza superficie rifrangente; ∂ la distanza del punto d'unione dei raggi refratti, entrambe senz'aberrazione; Δa, e $\Delta \partial$ i cangiamenti loro per l'aberrazione nelle due prime refrazioni; $n : 1$ il rapporto della refrazione; quindi è prossimamente $\Delta \partial = \frac{\partial^2}{na^2} \Delta a$. Inoltre sia x la distanza del punto d'incidenza dall'asse; ed è l'aberrazione, prodotta immediatamente dalla terza superficie rifrangente, prossimamente $= + \frac{(n\partial - a)(\partial - a)^2 x^2}{2(n-1)^2 a^3 \partial}$ (*Analyt. Dioptr.* §. 174, dove a dee prendersi negativo, e $k = \partial$). Poichè Δa è sottrattivo, e lo è anche $\Delta \partial$, pongasi per annullare l'aberrazione $\frac{\partial^2}{na^2} \Delta a$

$= \frac{(n\delta - a)(\delta - a)^2 x^2}{2(n-1)^2 a^3 \delta}$, ovvero $2(n-1)^2 a\delta^3$.

$\Delta a = n(n\delta - a)(\delta - a)^2 x^2$. Qui a, e Δa sono noti pel calcolo fatto per la lente convessa, e trovasi x con sufficiente approssimazione mediante la posizione del raggio dopo la seconda refrazione. Conseguentemente si ottiene δ mercè la risoluzione di un' equazione cubica, o più comodamente il quoziente $\frac{\delta}{a}$ per indi calcolarne δ. Dalle due distanze focali a e δ si ricava il semidiametro della superficie rifrangente mediante l'equazione $r = \left(\frac{r}{na} - \frac{n-1}{n}\right)\delta$. Siccome le formole adoprate non sono perfettamente esatte, convien cercare col calcolo numerico l' aberrazione ancora rimanente, e mediante un cambiamento del semidiametro totalmente levarla. La determinazione del semidiametro è veramente un poco difficile, ma fatta che sia una volta per certe ipotesi del rapporto di refrazione, e di altre grandezze, si potrà per altri casi ritrovare più facilmente il semidiametro per via di esperienze con alcuni valori, ne' quali da prima non è necessario il pieno rigore.

Si calcoli pertanto per un semidiametro r assunto ad arbitrio della terza superficie la distanza focale de' raggi mezzani $\mathfrak{f}$ senza l'aberrazione, e la distanza focale d degli stessi coll' aberrazione, ed inoltre per un semidiametro $r + \Delta r$, le distanze focali $\mathfrak{f} + \Delta \mathfrak{f}$, e $d + \Delta d$. Sia $\Delta \mathfrak{f} = p \Delta r$, e $\Delta d = q \Delta r$; così ponno considerarsi per le piccole variazioni, come invariabili i fattori p, e q. Si trovano questi col calcolo numerico dai due valori calcolati di $\mathfrak{f}$ e d. Indichi ora Δr quel valore della variazione di r, per cui le due distanze focali diventano eguali, avrassi $\mathfrak{f} + p \Delta r = \mathfrak{f} + q \Delta r$, e $\Delta r = \frac{\mathfrak{f} - d}{q - p}$. Se le variazioni del semidiametro, e della distanza focale sono d'inegual nome, si ha $\Delta r = \frac{\mathfrak{f} - d}{p - q}$, ed è Δr sottrattivo, se d è maggiore di $\mathfrak{f}$, e p maggiore di q.

14 Dopochè si è determinato il semidiametro della terza superficie rifrangente, si calcoli il cammino de' raggi di massima, e di minima refrangibilità per le due prime refrazioni senza l'aberrazione. Le distanze focali de' raggi cadenti sulla quarta superficie danno mediante il semidiametro di quella la distanza focale de' refratti, la quale per am-

bedue le specie è la stessa. Quindi si ottiene un' equazione pel semidiametro. Le distanze focali de' raggi incidenti sieno a, ed α; i rapporti di refrazione $m : 1$, e $\mu : 1$; il semidiametro della superficie rifrangente $= r$; ed è $(\mu - m)\, a\, \alpha = (\mu a - m\alpha)\, r$. Per tal modo tutto il doppio obbiettivo resta determinato, così che ambedue le specie delle dispersioni sono totalmente levate.

15. Sia ora secondo le osservazioni di Boguelin la proporzione della refrazione nel

vetro corona pe' raggi violetti	1,53761 : 1
pe' mezzani	1,53175 : 1
pe' rossi	1,52588 : 1
Nel flint pe' raggi violetti	1,59058 : 1
pe' medii	1,58121 : 1
pe' rossi	1,57184 : 1

Per queste proporzioni Klügel ha trovate le seguenti misure per un perfetto obbiettivo.

I. Distanza focale della lente convessa di vetro pe' raggi medii	10000
Semidiametro della superficie anteriore	6943
della posteriore	22712
Grossezza	250
Diametro dell' intera apertura	3216
II. Distanza focale della lente concava di flint	14074

Semidiametro della superficie anteriore	14850
della posteriore	18211
Grossezza	100
III. Distanza delle superficie interne delle due lenti	100
IV. Distanza focale del doppio obbiettivo	32056
V. L'intera apertura della lente anteriore in gradi	26° 48′

Le misure non hanno una determinata unità. Dalla richiesta distanza focale del doppio obbiettivo, la quale ha qui 32056, si trovano tutte le misure per la data unità, come pollici, per mezzo della regola del tre. Del caso, dove il vetro nella lente convessa non ha la conveniente grossezza, si farà qui sotto menzione.

16. Le due tabelle seguenti rappresentano il cammino de' raggi. Le distanze focali de' raggi refratti debbono prendersi dalla superficie rifrangente.

Distanze focali.	senz' aberrazione.			medii aberranti.
	violetti.	medii.	rossi.	
I.	19858	20000	20146	19871
II.	9795	9904	10015	9753
III.	25099	25154	25210	25154
IV.	32056	32056	32056	32054

Refrazione.	Angolo d'incidenza.					
I.	10°	0′	0″	6°	30′	34″
II.	6°	30	58	10	0	37
III.	11	34	31	7	17	26
IV.	1	0	52	1	36	15

Gli angoli più grandi sono soltanto la metà di quelli della precedente costruzione (§. 9). Ciò è importante a motivo de' raggi eterogenei, la cui aberrazione non è interamente tolta. Per angoli più grandi sarà anche più grande la loro aberrazione, e l'aberrazione longitudinale del raggio dopo la quarta

refrazione può facilmente diventare molto considerabile, perchè esso taglia l'asse sotto un angolo piccolo. L'angolo d'intersezione per li raggi mezzani è = 2° 6' 37"

17. Sia la distanza focale del doppio obbiettivo computata dall'ultima superficie rifrangente = 10000, onde sono

Le distanze focali de' vetri

I. 3119 $\frac{1}{2}$. II. 4390.

I semidiametri delle superficie rifrangenti.

I. 2166 II. 7085. III. 4632 $\frac{1}{2}$. IV. 5681.

Grossezza della lente convessa = 78. Grossezza della lente concava = 31. Distanza delle superficie interne de' due vetri = 31. Intera apertura della lente convessa = 1003.

18. Il doppio obbiettivo qui calcolato comporta un'assai grande apertura, quasi la totale della lente anteriore, dacchè l'aberrazione per un angolo d'incidenza di 10 gradi alla prima superficie rifrangente è tolta. Per più piccoli angoli d'incidenza può difficilmente aver luogo un'aberrazione dopo l'ultima refrazione, oppure ella sarà insensibile. Per maggiori angoli d'incidenza si avrà assolutamente un'aberrazione; ma si potrà senza dubbio permettere un angolo d'incidenza di 12 gradi, per cui l'apertura del vetro anteriore è 901. L'esperienza insegnerà, quanto grande si possa pren-

dere l'apertura in un obbiettivo lavorato secondo le addotte misure.

19. La disposizione trovata devia molto dalla dianzi addotta (§ 6.). Una ragione principale è la differenza de' rapporti di refrazione. Se si lascia da parte la grossezza dei vetri, ma la distanza de' punti di mezzo dei vetri si lascia, come qui si è presa, e si calcolano secondo le formole date nella *Diottrica analitica* dell'autore (§ 341) le distanze focali de' due vetri, posta la distanza focale del doppio obbiettivo = 10000, si trova la distanza focale del vetro convesso = 3052, e la distanza focale del concavo = 4218.

20. L'assunta grossezza de' vetri può render necessaria una piccola aberrazione dell'esecuzione dal calcolo. Se per es. la grossezza della lastra di vetro per la lente convessa è solo un poco sopra le due linee, sicchè questa può diventar grossa soltanto due linee, la distanza focale dell'obbiettivo per questa grossezza è di 256 linee, ovvero 21 pollici, e 4 linee. Perciò per una maggior distanza focale si deve, se non può aversi un vetro più grosso, instituire un altro calcolo, in cui si prende più piccola la grossezza della lente convessa in proporzione della sua distanza focale. Intanto anche in questo caso la costruzione di

Klügel può conservarsi. Imperciocchè in un piccolo cangiamento nella situazione della superficie rifrangente, come qui accade, i punti di unione de' raggi eterogenei vengono traslocati quasi intieramente nella stessa maniera, così che sebbene l'immagine dell'oggetto cangi un poco il suo luogo, tuttavia non soffre nulla dalla dispersione de' colori. I raggi, che passano pel margine, soffrono anche presso a poco quel cangiamento della loro posizione, come i prossimi all' asse; la differenza è solo delle due piccole grandezze, cioè delle aberrazioni per cagione della figura delle superficie rifrangenti, che qui si sono fatte piccole al più possibile. Sarebbe però bene per distanze focali grandi di far il calcolo particolarmente, parte per assicurarsi dell' aberrazione cagionata da una minor grossezza relativa dei vetri, parte ancora per isperimentare misure più comode. Imperciocchè in una minor grossezza relativa gli angoli d'incidenza, e di refrazione diventan minori, e si ha quindi maggior libertà di determinare i semidiametri delle superficie rifrangenti per la comodità del lavoro senza temere, che l'aberrazione della forza refrattiva, e dell'esecuzione possa diventar pregindizievole, ovvero che l'aberrazione proveniente dalla figura per li raggi ete-

rogenei riesca sensibilmente diversa. Egli è parimente necessario per piccole distanze focali di calcolare il cammino de' raggi per maggiori grossezze relative de' vetri, affinchè le aperture riescano bastantemente grandi. Per la chiarezza si potrebbe in queste fare isoscele la lente anteriore, ed in ogni caso accordare per l'opposto una piccola aberrazione de' raggi dipendente dalla figura.

21. L'accordo dell'esito nell'esecuzione col calcolo dipende in parte dall'accordo dei vetri adoprati coi qui adottati, parte dall'esattezza dell'artefice nel seguire le misure prescritte. Una piccola differenza delle proporzioni di refrazione dalle adoprate nel calcolo non può esser nociva, perchè nell'obbiettivo calcolato è tolta tutta la dispersione de' colori, ed il nostro occhio non richiede una geometrica esatta unione de' raggi. Se le proporzioni di refrazione fossero tutte uniformemente mutate, sarebbe soltanto traslocata l'immagine, e i raggi eterogenei saranno se non esattamente, almeno molto da vicino riuniti in un punto. Da una differenza nella dispersione de' colori ci sarebbe da temere un poco più. Pure si potrà rimediare mercè un cangiamento nella distanza de' vetri, poichè il calcolo generale, ommessa la grossezza de' vetri, mostra

che un cangiamento nella proporzione di refrazione, e di dispersione può essere compensato mediante il cangiamento dell'intervallo de' vetri, così che la distanza focale del vetro concavo per li raggi mezzani rimane la stessa. Perciò l'intervallo è stato anche assunto maggiore che altrimenti non sarebbe stato necessario. Se la dispersion de' colori pel secondo vetro è minore che non è stata supposta, ciò non fa ostacolo, perchè mediante le disposizioni del vetro tutt'i raggi eterogenei sono riuniti in un circuito ancor maggiore (1).

---

(1) *Non sarà discaro a' lettori d'essere qui opportunamente messi al fatto di ciò, che rapporto a' cannocchiali acromatici dice il sig. Güssman nel suo libro tedesco col titolo*: Avviso d'un mezzo da adoprarsi ne' cannocchiali per produrre ingrandimenti straordinarj *pubblicato in Vienna nel* 1788: *in esso egli dimostra che se si adatta ad un tubo acromatico un microscopio composto in luogo della lente oculare, si ottiene un forte ingrandimento con sufficiente distinzione. In un vetro obbiettivo di* 34 *pollici di distanza focale, e di* 2 $\frac{1}{2}$ *pollici di apertura si vedevano gli oggetti sulla terra con*

22. Sommamente dannosa è un' aberrazione al vetro anteriore dal supposto, e dalla prescrizione del calcolo. Imperciocchè l' aberrazione de' raggi medii vicini all' asse è ingran-

---

millecuplo ingrandimento, nella luna con due millecuplo. La cosa è giusta, e facilmente intelligibile; l' immagine cioè fatta dal vetro obbiettivo viene osservata col microscopio. Preso teoricamente il pensiero non è nuovo; imperciocchè una tale composizione non è infatti altro, che un tubo con molti vetri oculari, i quali, come già da un pezzo si sapeva, possono combinarsi in varie maniere, ed anche di tal fatta, che i vetri oculari abbiano le stesse distanze focali, e gli stessi intervalli, come ne' microscopj composti. Intanto ai pratici amatori della Diottrica deve sempre esser caro di ritrovare la cosa così, come il sig. Güssman qui la esprime. Essi con ciò ottengono un mezzo di procacciarsi immantinente senza calcolo, e senza inutili tentativi un tubo di straordinario ingrandimento. Che la chiarezza, e il campo molto vi perdano, è un inconveniente, che dai forti ingrandimenti in generale secondo la natura della cosa non può separarsi. Vedi il già citato dizionario di Gehler.

dita dal secondo vetro pressochè nella ragione de' quadrati delle distanze focali dal punto di mezzo del vetro, qui come i quadrati di 9754, e 32106, cioè come 1 : 10,8. Dalla differenza della dispersione de' colori vi è anche qui da temer più che dall' aberrazione per la figura del vetro, la quale secondo il nostro calcolo è interamente tolta. I raggi aberranti cangiano sotto altre proporzioni di refrazione la loro situazione presso a poco come quelli, che passano vicini all'asse. Un cangiamento della distanza de' vetri può anche qui esser d' aiuto. Ovvero si deve tagliare più d'un vetro convesso con distanze focali un poco diverse, ma colla stessa proporzione de' semidiametri, come qui si è assegnata. Il meglio è, se l' artefice esattamente conosce i rapporti di refrazione ne' suoi vetri, da' quali egli stesso, oppure un intelligente di matematica ha da calcolare le misure secondo il metodo di Klügel.

23. Il calcolo d'un triplo obbiettivo senza veruna dispersione è molto laborioso. L' esecuzione è azzardosa, poichè per la qualità dei vetri, e per la deviazione dalla regola nel lavorarli, gli errori in tre vetri possono accumularsi molto più che in due. Un perfetto doppio obbiettivo ha il vantaggio della maggior chiarezza dell' immagine. Se il triplo obbiet-

tivo permette un maggior semidiametro della prima superficie rifrangente senza fare pregiudicevolmente grande l'angolo d'incidenza, e di refrazione, esso può con ciò in riguardo alla chiarezza uguagliare il doppio obbiettivo, o anche superarlo. Altronde il vantaggio, che i vetri del triplo obbiettivo hanno distanze focali più grandi, è allora soltanto importante, quando l'aberrazione proveniente dalla figura sferica non è totalmente levata. Ma nelle grandi distanze focali del doppio obbiettivo si può ancora, come dianzi si è già osservato, fare relativamente più grande il semidiametro della superficie anteriore del vetro convesso, essendo in questo caso mediocri gli angoli di incidenza, e di refrazione. In ciò ha il triplo obbiettivo un vantaggio proprio, che i raggi eterogenei, che dall'orlo dell'oggetto vanno pel mezzo del primo vetro, possono per mezzo degli altri due esser fatti tra sè paralleli, così che anche in riguardo a questi la dispersion de' colori diventa insensibile.

24. Il procedere di Klügel si scosta interamente da quello di Jeaurat nelle memorie di Parigi pel 1770. Egli ha quivi prodotte delle tavole per la costruzione non solo di doppj, e tripli, ma anco quadrupli, e quintupli obbiettivi. Una specie del suo doppio

obbiettivo consiste in una lente convessa isoscele di vetro veneto, ed in una lente concava di flint. I semidiametri delle tre prime superficie rifrangenti sono uguali, il semidiametro della quarta superficie è relativamente molto grande. L'altra specie consiste in un vetro anteriore convesso-concavo di flint, ed in un vetro posteriore convesso di vetro di Venezia, I semidiametri delle interne superficie rifrangenti sono eguali, e quelli delle esterne sono anche tra loro eguali, e molto maggiori di quelli. Nelle altre combinazioni di lenti alternative delle due specie di vetro sono parimenti i semidiametri di tutte le interne superficie tra loro uguali, e similmente quelli delle due esterne. Gli angoli, che i semidiametri ai punti di refrazione di un determinato raggio fanno coll'asse, si prendono tra sè eguali per le interne superficie rifrangenti, e il semidiametro dell'ultima superficie viene determinato in modo, che l'angolo del semidiametro al punto di refrazione coll'asse diventa uguale all'angolo del semidiametro della prima superficie coll'asse, e che insieme i raggi eterogenei riescano paralleli. Jeaurat non si vale delle formole diottriche per raggi, che sono vicinissimi all'asse, ma egli calcola per due diversi angoli d'incidenza alla prima su-

perficie, uno di 1° 0′, ed uno di 6° 50, l'angolo del raggio dopo ciascheduna refrazione coll'asse. Il calcolo è empirico, cioè si trova con tentativi aritmetici, quanto grandi debbano prendersi gli angoli de' semidiametri ai punti di refrazione delle interne superficie coll'asse, affinchè il semidiametro all'ultimo punto di refrazione faccia coll'asse quell'angolo, che si era assunto per la prima superficie rifrangente. I raggi eterogenei con questo metodo non sono propriamente raccolti in un foco, come suppone Jeaurat, ma fatti soltanto paralleli. Anche i punti di refrazione pe' raggi eterogenei non sono i medesimi, come tacitamente suppone Jeaurat. A motivo de' piccioli angoli, che qui s'incontrano, il calcolo è un poco incerto, potendo accumularsi i piccioli errori. La grossezza de' vetri è presa da Jeaurat in considerazione, ma, come pare, nel fatto pel solo primo vetro. Imperciocchè per una data grossezza de' vetri gli angoli dei semidiametri corrispondenti ai punti di refrazione coll'asse non potrebbero esattamente avere la grandezza assunta. I vetri debbono quasi toccarsi; onde nel calcolo la distanza delle loro opposte superficie è considerata come nulla. Questa circostanza potrebbe anche produrre qualche piccola aberrazione. Ma

ciò, che come più importante è da ricordarsi contro il metodo di Jeaurat, si è, che egli totalmente trascura la distruzione dell'aberrazione di sfericità. Egli si contenta di questo, che l'aberrazione ad una lente viene diminuita mercè l'aberrazione alla seguente a motivo delle loro distanze focali contrarie, e per la distruzione dell'aberrazione, se è possibile, tiene come unico mezzo l'ingrandimento dei semidiametri delle superficie rifrangenti. Ma ne' supposti arbitrarj di Jeaurat egli è molto dubbioso, se essi fanno abbastanza piccola l'aberrazione di sfericità. Dalla sua costruzione d'un doppio obbiettivo con un vetro anteriore convesso-concavo, e con un posteriore convesso egli ricava, che le misure sono precisamente le stesse, che le trovate da lui in un obbiettivo, che è eccellente. Questo si capisce, perchè qui a cagione della situazione delle tre prime superficie sono piccioli gli angoli d'incidenza, e di refrazione, e l'ultima superficie, dove questi angoli sono maggiori, ha un semidiametro grande. Di un quadruplo obbiettivo lavorato secondo il suo calcolo, e che ha 4 pollici, e 10 linee di distanza focale, egli vanta ch'esso comporta un'apertura ancora un poco più grande, che i migliori

cannocchiali inglesi di 6 pollici, che ricevono un' apertura di 15 linee, mentre il suo obbiettivo è largo 18 linee.

25. Le osservazioni di Jeaurat sopra i rapporti di refrazione del vetro di Venezia, e del flint sono rimarchevoli. Il metodo per ciò usato è il seguente. Di ciascuna di queste specie di vetro fu tagliato dallo stesso bacino un mezzo vetro convesso di 29 linee nel diametro, e di due linee in grossezza; ambedue furono uniti in un intero vetro bipartito: l'immagine del sole per l'una metà, mentre l'altra era coperta, fu ricevuta sopra un vetro non pulito. La distanza dell' immagine dal vetro diede la distanza focale de' raggi medii. Per ottenere la distanza foeale de' raggi rossi, e violetti fu collocato un vetro piano rosso, e violetto un poco avanti l'immagine del sole. Dalle distanze focali si offrono facilmente le proporzioni di refrazione.

26. Nel vetro di Venezia, il cui pollice cubico pesa 950 grani, la proporzione di refrazione de' raggi rossi è 1,5258 : 1
de' medii 1,5298 : 1
de' violetti 1,5433 : 1

Nel cristallo inglese, ossia flint, il cui pollice cubico pesa 1215., la proporzione di refrazione de' raggi rossi è 1,5920 : 1

de' medii 1,5973 : 1
de' violetti 1,6229 : 1

La proporzione della dispersione è 175 : 309.

Per li raggi, che qui sono nominati i medii, la proporzione di refrazione riesce molto più vicina a quella pei raggi rossi: Sono propriamente quelli, la cui proporzione di refrazione viene conchiusa dalla distanza dell'immagine de' raggi eterogenei riuniti. Bisogna metterli interamente da parte. L'autore promette d'intraprendere il calcolo di un obbiettivo secondo queste proporzioni di refrazione, affinchè si vegga qual influsso abbia sulle misure d'un obbiettivo una differenza delle proporzioni di refrazione.

XV.

Dubbio tolto sull' aberrazione della luce.

Intorno all'aberrazione della luce si potrebbe dimandare, perchè nel calcolo, che si fa per determinarne la quantità, non si tiene alcun conto del moto di rotazione della terra intorno al suo asse, quando pure un tal moto è rapidissimo, comunque sia meno rapido del moto progressivo nell'eclittica, che è il solo,

di cui si tien conto. Si risponde, che la velocità del moto di rotazione è quasi nulla in confronto della velocità della luce. Avvegnachè supposta la terra sferica, il che basta nel caso presente, la circonferenza dell' equatore, dove quella velocità è la massima, contiene circa 6,283 semidiametri della terra, che sono in conseguenza percorsi dall' occhio, che riceve la luce, nello spazio di 24 ore, ovvero di 86400″; e però nello spazio di 8′,8″ ovvero di 488″ l' occhio dello spettatore non percorre che la parte 0,03548 del semidiametro terrestre, mentre in quello stesso tempo la luce trascorre tutta la distanza del sole dalla terra, cioè 23742.609 semidiametri terrestri. Perlocchè la velocità dell' occhio dello spettatore sotto l' equatore, nata dalla rotazione della terra, starà alla velocità della luce come 0,03548 a 23742.609, oppure come 3548 a 2374260900, o finalmente come 1 a 669126; e questo piccolissimo rapporto delle due velocità non può produrre, che un' aberrazione di circa 0,308″, la quale non può esser sensibile all' occhio dell' osservatore.

XVI.

Errore di fatto, generalmente adottato sul flusso, e riflusso del mare.

Allorchè nel 1740 l'Accademia delle scienze di Parigi propose pel consueto premio annuale il famoso problema della cagion fisica del flusso, e riflusso del mare, all'onore di questo premio oltre le tre insigni dissertazioni di Maclaurin, Daniele Bernoulli, ed Eulero, ella volle associare anche quella del P. Cavalleri, che pochissimo a dir vero lo meritava. Ma un partito di accademici infatuati dei vortici di Cartesio, che ancora regnava in quell'Accademia, prevalse a far dare il premio anche a questa quarta dissertazione del gesuita di Cahors, il quale difendeva in essa il crollante edifizio di quelle chimere romanzesche, e presumeva di dedurne la spiegazione fisica del gran fenomeno delle marèe.

Ora in questa dissertazione il gesuita stabilisce come un fatto notorio, e sicuro, che in vicinanza de' poli, e alla latitudine di 65° il flusso, e riflusso non è punto sensibile; e questo fatto adottato poi senza esame dallo stesso gran D'Alembert è passato nell'Enci-

clopedia metodica tanto nella parte contenente il dizionario di matematica, quanto in quella che è consagrata al dizionario di marina. Ma per pienamente convincersi, che quest'asserzione del buon gesuita, che ha tirato tanti altri nell'errore, è una manifesta falsità, basta consultare i viaggiatori, ed i geografi. Si vedrà in essi, che l'Islanda tagliata nel suo punto di mezzo dal 65° grado ha su tutte le sue coste le marèe regolari, che sono almeno di 9 in 10 piedi, e che arrivano sino a 15 nelle sizigie.

Ma tocchiamo altri fatti non meno convincenti. Volgiamo gli occhi sui paesi situati all'Est dell'Islanda; troveremo sulla costa di Norvegia, dal 63° grado sino al 71° delle marèe egualmente forti e regolari. Quelle del Capo-Nord sono di 9 piedi in circa secondo un osservatore svedese, come può vedersi nelle memorie dell'Accademia di Stockolm 1753. Lungo le coste settentrionali della Siberia le marèe si alzano di 3 piedi, ovvero di 4 $\frac{1}{2}$; e di 6 piedi sopra quelle di Spitzberg, situato fra il 71° e l'80° di latitudine. Se passiamo alle contrade poste all'Ouest dell'Islanda, noi vediamo che il mare monta di 12 in 15 piedi sopra la costa occidentale del Groenland, ed un viaggiatore inglese, che si

è inoltrato sino al 72° grado all' imboccatura del fiume *mine de cuivre* vi ha scoperto delle marèe della medesima forza. Ciò è più che bastante per confutare un errore, che fino ad ora ha imposto alla comune de' geometri.

XVII.

Dell' interesse semplice, e composto *relativamente al* fondo d' amortizzazione *in Inghilterra, e di alcuni problemi analoghi sulle serie, progressioni, ec.*

Il dottor Riccardo Price nella sua opera sulle *annuità* (V. edizione in Londra 1792 tom. 1 pag. 207) dice così: « Il fondo di amortizzazione fu stabilito l' anno 1716, e subito dopo l' avvenimento al trono della famiglia presente in tempo, che il debito pubblico, sebbene non più d' un terzo di quello, che è presentemente, era creduto allarmante, e pericoloso. Fu esso destinato come un sacro deposito da non toccarsi mai, la legge, che lo stabiliva, dichiarando, che doveva questo applicarsi al pagamento della sorte, ed interesse di quei debiti, e pesi nazionali, che si erano incontrati avanti li 25. dicembre 1716; ed *a nessun altro uso, intenzione, o disegno qualunque*. Per-

ciò la lealtà del Parlamento, non meno, che la sicurezza del regno sembra richiedere che fosse lo stesso diligentemente, e rigorosamente preservato dall' alienazione. Ma ciò non ostante esso è stato generalmente alienato, ed il prodotto si è impiegato per pagare le spese, che i bisogni dello stato resero necessarie.

Per giustificar ciò, si è preteso communemente, che quando è necessario di aver danaro, non vi ha alcuna differenza, sia che questo prendasi da quel fondo, sia che si procuri con fare un nuovo imprestito. Ma a dir vero la differenza fra questi due metodi di aver danaro è poco meno, che infinita. Imperciocchè impiegando il fondo di amortizzazione a sostenere le spese correnti piuttosto che prendendo nuovo danaro sopra nuovi fondi, lo Stato per non dare l'interesse *semplice* del danaro viene ad alienare quel danaro, che si sarebbe aumentato ad interesse *composto*, e che col tempo sarebbe necessariamente cresciuto a qualunque somma. Se da prima si fosse fatto un uso fedele di un terzo solo del prodotto di questo fondo, la maggior parte del nostro debito presente si troverebbe ora abolita. Si può egli dunque pensare senza il più vivo rincrescimento al mal uso di que-

sto fondo praticato da' nostri ministri col consenso di Parlamenti sempre compiacenti?

Le principali osservazioni in questo capitolo io le ho date tali appunto, quali mi vennero alla mente senza saperè, che taluna fosse stata fatta da altri Scrittori. Alcune proposizioni, ed osservazioni consimili io le ho poi rinvenute in un eccellente opuscolo pubblicato nel 1726, intitolato: *Saggio sui debiti nazionali di questo regno, dove l' importanza di estinguerli viene esaminata, ed alcuni errori sulla natura, ed efficacia del fondo di amortizzazione sono ponderati e rimossi. In una lettera ad un membro della camera de' Comuni. Quarta edizione* «.

Alla pag. 225. della stessa opera Price prosegue così:

„ Si è detto, che quando il danaro abbisogna per pagar delle pubbliche spese, non vi è alcuna differenza, sia che esso si ottenga con divertire il *fondo di amortizzazione*, sia con un nuovo imprestito. Io ho avvertito di questa fallacia alla pag. 207. Il danaro in un *fondo di amortizzazione*, se non è mai alienato, si accresce, come ho mostrato, ad interesse *composto*, ma se si procura con un imprestito, porta soltanto un interesse *semplice*. Conseguentemente una nazione quando applica l' entrata di un tal fondo alle spese correnti

anzi che alla redenzione de' suoi debiti, elegge di perdere il benefizio dell' interesse *composto* per iscansar di pagare l' interesse *semplice*; e la perdita in questo caso è ugnale alla differenza fra l' anmento del danaro ad interesse *composto*, e ad interesse *semplice*.

Il calcolo seguente mostrerà qual sia la differenza.

Un soldo (penny) alla nascita del nostro redentore dato a cinque per cento d' interesse composto sarebbe cresciuto nell' anno 1791. ad una somma maggiore di quella, che sarebbe contenuta da *trecento milioni di terre* tutte di oro massiccio. Ma se fosse posto ad interesse semplice, esso nello stesso tempo non sarebbe montato più che *a sette scillini, e sei soldi*. Tutt' i governi, che alienano i fondi destinati ai rimborsi, preferiscono di far fruttare il danaro nell' ultima anzichè nella prima maniera».

A questo proposito il dottor Beniamino Martin nelle sue *Instituzioni matematiche* vol. I. Londra 1749 pag. 222, si propone e scioglie il seguente quesito: « Supponete essersi dato un quattrino (farthing) ad interesse *composto* di 5 per 100 nel primo anno dell' era cristiana, o nascita di Cristo, così continuando sino all' anno 1750; si cerca il montante di ciò.

P = alla sorte messa a interesse
t = al tempo della sua continuazione
A = al montante della sorte, ed interesse insieme
R = al montante di P e del suo interesse per un anno ad una data rata.

Si avrà $PR^t = A$.

Dunque il logaritmo della rata $1,^{l.}05$	= 0,0211893
Moltiplicato pel tempo	1750
Il prodotto è	37,0812750
Al quale aggiungete il logaritmo di un quattrino, ovvero della 0,0010416 parte di una lira, cioè	= 7,0177288
La somma è il logaritmo del montante cercato	= 34,0990031

Ora l'indice di questo logaritmo essendo 34, fa conoscere, che il numero delle figure, delle quali è composto il montante d'un quattrino nel tempo dato, deve essere 35, del qual numero basterà esprimere le prime cinque in figure, il resto in cifre; onde il detto montante sarà

12561,000000,000000,000000,000000,000000 l.

Quanto al valore d'un corpo solido perfettamente sferico, il diametro del quale è

8000 miglia inglesi, cioè un poco più grande del diametro della nostra terra, io dico, che un tal solido d'oro fino sarebbe in valore circa

2386.600000,000000,000000.000000.

Ora troncando 23 cifre da ciascheduno di questi numeri, le figure rimanenti saranno 12561000000 nel montante del quattrino, e 23866 nel valore del globo d'oro. Ma $\frac{12561000000}{23866} \simeq 526000$ a un dipresso, dal che apparisce, che un solo quattrino messo a frutto nel modo anzidetto monterebbe in valore a più di cinque milioni, e dugento sessanta mila globi di oro fino massiccio ciascuno più grosso del globo della terra. Strana, e sorprendente, ma non men certa verità. E quest' immenso montante grandemente crescerebbe con aumentare la rata d'interesse.

Siccome il lettore può esser curioso di sapere quando queste maravigliose quistioni vennero prima in uso, ed in quale occasione: così io conchiuderò questo soggetto con riportar le parole dell'erudito dottor *Wallis* le quali egli soggiunge alla sua soluzione della quistione di *comperare un cavallo con dare un quattrino per ogni chiodo, e duplicare la somma*

per ciascun chiodo ne' suoi quattro piedi. Le sue parole sono: *la prima occasione della qual quistione io credo essere ciò, che ho citato al cap.* 13 *del mio* Opus arithmeticum da Alsephad (scrittore arabo) *ne' suoi comentarj sopra i versi di* Tograins: *cioè che un* Sessa (indiano) *avendo inventato il giuoco dello scacco, e mostratolo al suo principe Shebram, il re, che ne fu soddisfattissimo, gli disse di dimandare quella ricompensa, che voleva per la sua invenzione; ed egli dimandò che pel primo quadratello dello scacchiere gli fosse dato un granello di frumento; pel secondo due, e così duplicando continuamente secondò il numero de' quadratelli dello scacchiere, che era* 64. *Il re; che voleva dare un magnifico guiderdone essendo molto disgustato di una sì frivola dimanda, Sessa dichiarò, ch' egli si contentava di questo poco. Così la ricompensa da lui prescelta, si ordinò, che gli fosse data: ma il re rimase ben presto sorpreso, quando trovò che ciò monterebbe ad una quantità sì enorme, che tutta la terra non potrebbe somministrare tanto frumento. Quanto sia grande il numero di questi granelli, può ritrovarsi con duplicare uno continuamente* 63 *volte, onde avere il numero, che viene nell' ultimo luogo, ed indi una volta di più per ottenere la somma di tutti. Ciò si farà più spe-*

ditamente co' logaritmi, ed anche con sufficiente esattezza per questo scopo. Avvegnachè il logaritmo di 2, (*che è* 0,3010300) *moltiplicato per* 64 *è* 19,2659200; *il numero assoluto corrispondente a questo logaritmo sarà maggiore di* 18,446000,000000,000000, *e minore di* 18,447000,000000,000000.

Dunque dando 1680 granelli di frumento ad una pinta di statuto, e 4 scellini per moggio (bushel) al frumento, il lettore può ritrovare a suo agio a qual' immensa somma salirà il valore de' summentovati granelli.

Ora non si sarà punto sorpreso, che, fatta ogni deduzione dei morti supponendo che la razza del primo uomo si fosse duplicata tutt' i venti anni, il che non è sicuramente contrario alle forze della natura, il numero degli uomini dopo cinque secoli abbia potuto ascendere a 1048576. Laonde Adamo essendo vissuto 900 anni ha potuto vedere nel mezzo della sua vita, cioè verso l'anno 500 della sua età, una posterità di 1048576 persone.

Qual non sarebbe la moltiplicazione di molti animali, se la difficoltà della sussistenza, se la guerra, che gli uni fanno agli altri, o il consumo, che ne fanno gli uomini,

non ponessero limiti alla loro propagazione? È facile dimostrare, che la razza di una troja, che avesse sei figli, de' quali quattro femmine, supposto poscia, che ogni femmina partorisca similmente ogni anno sei figli, de' quali quattro femmine, e due maschi, salirebbe dopo dodici anni a 33,554230.

Molti altri animali, come i conigli, i gatti, ec., che non portano se non per alcune settimane, moltiplicherebbero con anche maggiore rapidità: la superficie della terra non basterebbe dopo un mezzo secolo solamente per dar loro la sussistenza, e anche per contenerli.

Non vi vorrebbe, che un assai piccolo numero d'anni, perchè un' aringa riempisse l'oceano della sua posterità, se tutt'i suoi novi fossero fecondati; perocchè non vi ha pesce oviparo, che non contenga molte migliaja d'uova, ch' ci getta in un tempo della fregola. Supponiamo, che qnesto numero ascenda soltanto a 2000, che diano nascita ad altrettanti pesci, metà maschi, e metà femmine; nel second' anno ve ne sarebbero più di 200000; nel terzo più di 200,000000, e nell' ottavo anno questo numero supererebbe quello, che viene espresso da 2 seguitato da 24 zeri. Ora la solidità della terra

contiene appena tanti pollici cubici. Perciò l'oceano quand' anche occupasse tutta la superficie del globo terrestre, e tutta la sua profondità, non basterebbe per contenere tutti questi pesci.

Molti vegetabili coprirebbero in pochissimi anni tutta la superficie del globo, se tutte le loro semenze fossero messe in terra: non ci vorrebbero per questo, che quattro anni al giuschiamo che è forse di tutte le piante conosciute quella che dà maggior quantità di semenza. Dietro alcune sperienze si è trovato, che un gambo di giuschiamo dà qualche volta più di 50000 granelli; riduciamo questo numero a 10000; alla quarta generazione esso monterebbe a 1 seguitato da 16 zeri. Ora la superficie della terra non contiene più di 5359,758336,000000 piedi quadrati. Laonde dando ad ogni gambo un piede quadrato solamente, si vede che la superficie intera della terra non basterebbe per tutte le piante provenienti da una sola di questa specie alla fine del quarto anno.

XVIII.

Cenno della contesa sulla preminenza fra gli antichi, e i moderni nelle scienze ed arti. Architettura navale degli antichi.

Quando sul cadere dello scorso secolo si suscitò in Francia fra que' primi uomini della letteratura la tanto celebre quistione sulla preminenza fra gli antichi, e i moderni in tutto ciò, che concerne le lettere, le scienze, e le arti, il saggio, e ponderato Fontenelle, che avea preso parte nella contesa e contro i suoi insultanti avversarj combatteva colle armi della più squisita filosofia, e colla più leggiadra urbanità in favor de' moderni, per quella finezza di spirito, che gli facea veder gli oggetti sempre da quel lato, che all' altrui vista sfuggiva, si avvisò, che tutta la quistione in fine non ad altro si riducesse se non a sapere; se gli alberi, che furono già anticamente nelle nostre campagne, erano più grandi che non sono quelli d' oggidì. Se gli alberi erano allora più grandi; Omero, Platone, Demostene non hanno dunque alcun eguale tra i moderni; ma se i nostri alberi e uguagliano, o superano in grandezza gli

antichi, anche Omero, Platone, e Demostene ponno essere o uguagliati o superati da noi. Per dilucidare questa specie di paradosso, soggiunge Fontenelle, che se gli antichi aveano più spirito di noi, segno è dunque che i cervelli di que' corpi erano meglio disposti, formati di fibre più ferme o più delicate, più abbondantemente inaffiati di spiriti animali: ma in virtù di che i cervelli d'allora sarebbono stati meglio organizzati? Gli alberi sarebbono dunque stati ancor essi più grandi e più belli; avvegnachè se la natura era allora più giovane e più vigorosa, gli alberi egualmente che i cervelli degli uomini avrebbero dovuto risentirsi di questa vigoria e giovinezza.

Questo fino e sottil pensamento di Fontenelle quanto a me sembra giusto e preciso per sè medesimo, tanto parmi mal applicato al soggetto in quistione. Non si tratta di sapere, se la natura ha potuto a nostri giorni produrre ingegni sì grandi, ed opere sì eccellenti come quelle dell' antichità greca e latina; ma di sapere, se la natura le abbia prodotte realmente, e se noi le abbiamo in effetto. Non è certamente impossibile, che nei boschi del Ticino ci sieno delle quercie tanto grandi quanto nella foresta di Dodona, ma

supposto che le quercie di Dodona avessero parlato (come ci narra la reverenda antichità), sarebbe chiarissimo, che le quercie dodonee avrebbono un gran vantaggio sulle nostre, le quali probabilmente non parleranno mai.

La strada più corta per decidere la quistione era quella di paragonare le opere moderne alle antiche, scandagliarne i pregi, e i difetti, le bellezze, e le macchie, e bilanciarne il numero, e il peso. Ma per tutte quelle opere, che spettano alle materie di gusto, la quistione rimarrà sempre indecisa, perchè in cosiffatte materie gli uomini non si accorderanno mai. Per le scienze propriamente dette sembra una facezia il disputarne: basta a tutte le opere antiche scientifiche contrapporre il picciol volume de' *Principj* di Newton, e, per chi ha senno, giudicare cosa diventano quelle tutte a fronte di questo. Restano le arti meccaniche; ed in queste a dir vero ci sarà sempre tanto che dire per un partito, e per l'altro, che riuscirà malagevole, e fors' anco impossibile il dare una decisa preponderanza all' una, o all' altra delle due opposte opinioni. Per non mentovare fra le arti meccaniche che la sola nautica, e di questa quella parte soltanto, che risguarda la

costruzione, la più remota antichità ci ha conservato la memoria di alcuni fatti, che sorpassano ogni nostro concepimento. Fra i navigli così detti *ieragòghi*, ovvero sacri, che con religioso culto venivano dagli ateniesi custoditi per certe solenni funzioni, vale a dire il navigho Paralio, il Salaminio, l'Antigono, il Demetrio, l'Ammone, e la Minerva, questo ultimo era d'una specie così sorprendente, e singolare, che la sua destinazione non era già di vogar sul mare, ma bensì sopra terra. L'esatto Pausania, a cui tante belle notizie dobbiamo delle greche antichità, ci attesta, che conservavasi questa galera colla più scrupolosa religione presso l'Areopago per non comparire che alla famosa festa delle grandi panatenee, le quali si celebravano ogni cinque anni il dì 23 del mese ecatombeo, che corrisponde in parte, secondo il Pottero, al nostro mese di luglio. Questa nave serviva allora a portare in pompa al tempio di Minerva l'abito misterioso della Dea, sul quale erano effigiati la vittoria degli Dei sopra i giganti, e le azioni più memorabili de' grand'uomini d'Atene. Ma ciò che più si ammirava in questo prodigioso vascello era l'artifizio, onde esso vogava a vele e remi sopra terra per mezzo di certe macchine, che Pausania nomina *sot-*

terranee. Molti secoli dopo, forse per emulare un tal portento dell'arte, quell'insensato Caligola, il quale al dir di Svetonio *nihil tam efficere concupiscebat quam quod posse effici negaretur*, comandò, che quelle galere, colle quali egli era entrato nell'oceano, si conducessero a Roma in gran parte per terra. Le navi leggiere chiamate *liburnae* o *liburnicae* fabbricate di cedro, sulle quali con insolita pompa, e non mai più visto spettacolo questo uomo forsennato soleva scorrere di quando in quando le amenissime spiaggie della Campania, erano con sì grandioso apparato, ed ingegnoso meccanismo costrutte, che si può appena formarne un giusto concetto *fabricavit* (segue a dire Svetonio) *et de cedris liburnicas gemmatis puppibus, versicoloribus velis, magna thermarum et porticuum et tricliniorum laxitate, magnaque etiam vitium, et pomiferarum arborum varietate; quibus discumbens de die inter choros, ac symphonias littora Campaniae peragraret* Ma forse era ancora più sorprendente quella gran nave, sulla quale questo stesso principe fece trasportare dall'Egitto il grande Obelisco, che fu collocato nel circo del Vaticano, trasporto certamente tanto ammirabile, e così inaspettato, che ha di che confondere, e sgomentare tutta la nautica odierna. Il veo-

chio Plinio quasi contemporaneo ci ha conservato di questa gran nave in pochi tratti una descrizione, la quale non si può mai rileggere senza nuova sorpresa: *Abies admirationis praecipuae visa est in navi, quae ex Ægypto Caji principis jussu Obeliscum in Vaticano Circo statutum, quatuorque truncos lapidis ejusdem ad sustinendum eum adduxit: qua nave nil admirabilius visum in mari certum est: CXX. M modiûm lentis prosaburra ei fuere. Longitudo spatium obtinuit magna ex parte Ostiensis portus latere laevo. Ibi namque demersa est a Claudio cum tribus molibus turrium altitudine in ea exaedificatis obiter Puteolano pulvere, advectisque. Arboris ejus crassitudo quatuor hominum ulnas complectentium implebat.* (Plin. lib. 16 cap. 40) Non vi ha per avventura in tutta l'antichità altra nave da porsi al confronto di questa, fuori di quella sì sontuosa e magnifica di Tolommeo Filopatore, la quale descrittaci da Plutarco, e più minutamente da Ateneo (lib. V) ci presenta un complesso di meraviglie così inaudite, e sì strane, che si rimane a forza sospeso tra la favola, e la verità, tra l'esagerazione, e l'esattezza.

Ma per conoscere a qual alto segno di eccellenza, e perfezione era giunta la Manuaria Nautica presso gli antichi, non ci è biso-

gno di tanto addentro avvolgersi nel laberinto delle più vetuste memorie: basta fermarsi ad una solenne, e notoria particolarità, che da tutti concordemente, e ad una voce si attesta, ed è di quelle torri ampie, e sublimi fatte a molti palchi, e solai, che sulle navi guerresche degli antichi si fabbricavano per combatter dall'alto, e ferir da lungi il nemico. *In majoribus etiam liburnis* (dice Vegezio lib. 4 cap. 44) *propugnacula, turresque constituunt, ut tamquam de muro, ita de excelsioribus tabulatis facilius vulnerent, et perimant inimicos*. Onde ebbe poi il sublime cantor dell'Eneide descrivendo questi torreggianti navigli (lib. 8) l'opportunità di dare col più casto pennello quel sì energico tocco al quadro animato della naval vittoria di Augusto:

Una omnes ruere, ac totum spumare reductis
Convulsum remis, rostrisque stridentibus aequor.
Alta petunt: pelago credas innare revulsas
Cycladas, aut montes concurrere montibus altos.
Tanta mole viri turritis puppibus instant.
Ipsa videbatnr ventis Regina vocatis
Vela dare, et laxos jam jamque immittere funes.

Questo eminente quadro Virgiliano fu poscia mirabilmente imitato, o più veramente ricopiato dal nostro immortal Torquato nel suo Goffredo con quella splendida, e grandiosa ipotiposi. Canto XVI.

D' oro fiammeggia l' onda, e par che tutto
D' incendio marzial Leucate avvampi:
Quinci Augusto i Romani, Antonio quindi
Trae l' Oriente, Egizj, Arabi, ed Indi.

Svelte notar le Cicladi diresti
Per l' onde, e i monti coi gran monti urtarsi;
L' impeto è tanto, onde quei vanno e questi
Co' legni torreggianti ad incontrarsi.
Già volar faci e dardi, e già funesti
Vedi di nuova strage i mari sparsi,
Ecco (nè punto ancor la pugna inchina)
Ecco fuggir la barbara Reina.

Ma che dovrà poi dirsi di que' varj ordini di remi delle antiche galere, i quali se per una parte hanno sempre dato, e danno tuttavia, la tortura allo spirito degli antiquarj, de' critici, de' filologi, e de' geometri; danno per l' altra tanto risalto all' architettura navale degli antichi? A dir vero, non ci vuo-

le la sublime analisi nautica d' un Eulero, d' un Bouguer, d' un Juan per capire, che sono una pretta chimera que' tre, quattro, cinque, e sino ad otto ordini di remi gli uni sopra gli altri, coi quali la corrente dei critici, e degli antiquarj ha voluto spiegare le triremi, le quadriremi, le quinquiremi, e le ottiremi, che costituivano le più comuni specie delle galere antiche. Basta avere una lieve tintura della meccanica elementare per sentir subito l' impossibilità di quattro ordini di remi in altezza, cioè gli uni sopra gli altri; e non è che con molta pena, che possiamo immaginarne tre. Infatti nelle nostre galere di primo rango, che sono lunghe come un vascello di sessantaquattro, i remi, che hanno il punto d' appoggio più vicino che sia possibile alla linea di fior d' acqua, hanno quaranta piedi di lunghezza. Non dando, che quattro piedi e mezzo d' intervallo dal primo appoggio al secondo, il che è ben poca cosa, compreso il sito d' un uomo assiso, e la grossezza dei legni, i remi del secondo piano avrebbero settantasette piedi di lunghezza. e quelli del terzo 100, quelli del quarto 143, e così discorrendo. Ora dove trovare de' legni per far questi remi, e dove trovare degli uomini capaci di maneggiarli?

Le stesse prime e più semplici nozioni della dottrina della resistenza de' solidi ci fanno immantinente comprendere nelle sproporzionate dimensioni di queste enormi e gigantesche macchine la loro intrinseca fragilità o debolezza non meno che l'inettitudine ad ogni particolar movimento. Già il terzo ordine o piano non può esistere, nè idearsi tampoco, se non facendo un bastimento molto stretto, ed in cui i remi del primo ordine fossero più corti, ed agissero quasi rasente il fior d'acqua; il che non potrebbe servire, se non in tempo di perfetta calma. Veggo di ciò una conferma nella gran nave di Filopatore, dove si mise in pratica questo ripiego per poterle pur dar qualche moto. Ateneo, il qual parlando di questa nave riferisce, che *suscepit remiges plures quatuor millibus, ad reliqua autem ministeria quadringentos: in catastromata vero, et aditibus habuit propugnatores bis mille octingentos quinquaginta praeter magnam multitudinem hominum, quae ad juga erat: magnam praeterea vim continebat rei frumentariae*; avverte pur anco che *gubernacula habebat quatuor, singula in longitudinem triginta cubitorum, remos vero longiores octo et triginta cubitorum: quae propterea quod plumbum haberent in capulis, et quod ad interiorem partem graviores essent li-*

bramento, usui habiles ad remigandum erant. Sebbene che prò? Con tutti questi ripieghi questo gran colosso, questo gigante di tutti i vascelli era poi in fin di conto pressochè immobile: Plutarco non lo dissimula: *Verum* (egli chiude la sua descrizione) *solam haec navis sui spectationem exhibuit, ab immobilibus aedificiis parum admodum differens.*

Ma e delle antiche quadragintiremi, galere, che probabilmente avevano quaranta remi per banda, chi crederebbe esserci stati molti critici, ed antiquarj, i quali hanno preteso, che portassero quaranta ordini di remi tutti in altezza gli uni sopra gli altri? Questa sperticata stranezza, la quale a confusione dell' umano orgoglio dà a divedere non esserci sconciatura sì grande, di cui non sia capace l' umano ingegno, anche il meglio coltivato, sarebbe affatto simile a quella di chi presumesse fra' nostri posteri di qui a molti secoli spiegare i nostri vascelli di ottanta per ottanta batterie di cannoni distribuite in alto le une sulle altre per gradi. Ci vuole il più serio contegno per ritenere le risa a cosiffatta spiegazione: eppure è stata proposta da tanti colla maggior gravità, e col più imponente apparato.

Quegli altri critici in gran numero, i quali hanno creduto di risolvere la quistione supponendo i remi delle antiche galere non già gli uni sopra gli altri, ma disposti a foggia di scacchiere, non pare essere stati più fortunati in questo loro, altronde molto vantato, divisamento. I remi essendo in una prima fila disposti più dappresso che sia possibile gli uni agli altri per profittar dello spazio quanto più si può, non ci è mezzo alcuno di collocarne fra due in iscacchiere in una fila superiore senza diradare vie maggiormente la prima fila, e per conseguenza non si viene a guadagnar nulla con questa pretesa scoperta; oltre che una siffatta disposizione non è possibile nella distribuzione de' ponti, e solai di un bastimento, sia per la loro solidità, sia per la comunicazione universale e promiscua di tutte le parti.

Una terza soluzione di questo problema, sebbene più ragionevole delle altre, o piuttosto meno ripugnante ai principj della meccanica, e della nautica, non mi soddisfa però d'avvantaggio; poichè urta troppo di fronte la testimonianza uniforme di tutti gli storici, e la deposizione concorde di tutte le antiche memorie. Vuolsi adunque, che le biremi avessero due uomini per ciascun remo, le

triremi tre, le quinquiremi cinque, e finalmente le ottiremi otto remiatori per menare ciaschedun remo particolare. Questa spiegazione seduce a prima giunta, ma un momento di riflessione ne fa sentire il vuoto e l'insussistenza. Tutte le descrizioni, che ci sono rimaste delle antiche galere, nominano sempre *remorum ordines et remigum gradus*, e l'interpretare queste espressioni pel numero di uomini applicati ad ogni remo, è un confondere tutte le idee, un disnaturare il linguaggio, oltre la stranezza non piccola di dover dare, in vigore di questo sistema, un sol uomo per remo alle uniremi, e due soli alle biremi.

Dopo aver fatto ne' miei piccioli studj qualche riflessione su questa materia, dopo aver letto quanto havvi di più curioso e interessante in un argomento tanto ventilato e discusso, e dopo aver consultati i disegni tratti dalle romane antichità, e dalle antiche sculture, e bassirilievi, i quali però non ponno dare delle galere di que' tempi se non quella rozza e imperfettissima idea, che darebbe delle nostre navi di linea un bassorilievo moderno; dopo tutto questo io mi sono formato un sistema, il quale, probabilmente chimerico come tanti altri, potrà se non al-

tro servir di trastullo all' ozio erudito di qualche novello indagatore.

Prima di tutto conviene stabilire, che a gran torto molti critici, ed antiquarj si sono avvisati d' interpretare i *remigum gradus et remorum ordines* per tanti ordini di remi dal d' avanti al di dietro senza voler punto tener conto degli ordini o cla si de' rematori, che pure essenzialmente entravano in una tal divisione. In effetto que', che remavano nel mezzo del bastimento, avevano un nome, que' della poppa, e que' della prua erano distinti gli uni dagli altri co' loro nomi particolari, ed anche colla loro paga, la quale era più forte in proporzione della maggior fatica, che avevano a sostenere nel menare i remi, che essendo più lunghi alle estremità del naviglio a cagion del suo bordo esigevano uno sforzo maggiore dai remiganti.

Secondo quest' idea le uniremi esser dovevano galere, o bastimenti a remi, che avevano un solo ordine di remi, collocati fra i due alberi, ossia in tutta la lunghezza del bastimento, come le feluche, o galeotte barbaresche, ed erano in conseguenza fornite d' una sola classe di remiganti.

Le biremi aveano un ordine di remi fra i due alberi, ed un altro ordine dietro al grand' albero.

Le triremi erano galere un poco più forti delle precedenti, e che aveano un ordine di remi fra i due alberi, un secondo dietro al grand' albero, ed un terzo alla prua al d' avanti dell' albero di trinchetto.

Ed ecco fin qui tutti gli ordini di remi in larghezza, e nessuno in altezza contro la comune opinione degli antiquarj. Ma adesso incominciano anche per me gli ordini in altezza.

Le quadriremi, ripartite in tutto come le triremi, contenevano due ordini di remi in alto l' uno sopra l' altro all' indietro del loro grand' albero.

Le quinquiremi, colla medesima distribuzione delle quadriremi, aveano di più l' aumento d' un secondo ordine di remi posto al di sopra del primo alla prua.

Le ottiremi per ultimo erano provvedute di due ordini l' uno sopra l' altro nel mezzo del bastimento, e di tre ordini in ciascuna delle due estremità situati parimenti gli uni sopra gli altri ascendendo; nel totale, otto. Non ci è verso di scansare questo terzo ordine di remi ascendenti, che pure si ha

qualche pena a immaginare. Egli è certo, che se ne vede in parecchie antiche scolture, ma è certo altrettanto, che non se ne vede, oltre il terzo. Del resto, queste ottiremi erano enormi masse, che non furono mai fabbricate, se non per lusso ed ostentazione, e che non navigarono mai con successo. Tal era l'anzidetta gran nave di Filopatore; tale la fabbricata da Archimede pel suo congiunto Jerone re di Siracusa, che ne fece poscia un presente a Tolommeo; tale la sprofondata dall' imperador Claudio nel Porto di Ostia, che ne rimase colmato.

Con questo picciol sistema io do una congrua, e niente sforzata interpretazione a tutti que' passi degli antichi scrittori, dove si parla di questo punto; intorno a che io darò forse qualche altra inezia in un altra occasione. Per ora toccherò solamente il passo del supposto Eliano nel libricciuolo *de instruendis aciebus*, il qual passo sembra affatto decisivo e perentorio contro la mia picciola ipotesi. Dice dunque questo scrittore: *Triacontorus, Tessaracontorus, Pentecontorus dicitur a multitudine remorum; Soliremis, biremis, et quae sequuntur ordine, ab ordinibus, seu versibus secundum altitudinem unus super alterum*. Ecco gli ordini de' remi tutti in altezza gli uni so

gli altri, e niuno in larghezza. Per rispondere a quest' autorità, io passerò sotto silenzio, non sapersi il vero autore di questo libro; falsamente attribuirsi al dotto filosofo Eliano, che visse sotto Alessandro Severo, e tanto si distinse per le sue opere, e per le sue morali virtù; ignorarsi l'epoca, in cui fu scritto; contenervisi una buona dose di errori, e scempiaggini, che mostrano la povertà di spirito di questo greculo sconosciuto; io do passo a tutto questo, ed unicamente mi attengo all' enorme assurdo, che la letterale interpretazione del testo addotto trae seco inevitabilmente. Se tutti gli ordini de' remi delle antiche galere erano ordini ascendenti, ovvero in altezza, come porta la lettera del passo allegato, dunque quattro ordini in altezza avea la quadrireme, cinque la quinquireme, otto la ottireme. Ma se non è questo uno stemperato paradosso; se ciò non rovescia tutte le idee della sobria ragione, e tutti i principj della meccanica, io confesso di non sapere cosa sia ragione, cosa sia meccanica; quando pure non voglia dirsi per facezia, che la proporzione dell' effetto colla causa o forza movente presentemente è vera, anticamente era falsa.

Ma intanto qual sublime idea non dobbiam noi formarci dell' antica architettura navale? E con qual titolo può sostenersi da tanti scrittori moderni, che il più dozzinal costruttore, o maestro d' ascia pe' cantieri di Londra vale tutti gli antichi Fenicj, Cartaginesi, e Romani! quasi che quell' antica Tiro, e Cartagine, che facevano un sì gran commercio marittimo, che mandavano sì lungi le loro flotte, che raddoppiaron fors' anco, come tutto sembra provarlo, il Capo di Buona Speranza, non dovessero aver dovizia di vascelli eccellentemente costrutti, e capaci di resistere all' impeto dell' onde. Chi crederà, che nazioni rivali come Roma, e Cartagine, le quali si disputarono per molti secoli l' impero del mare; che la Grecia, e l' Egitto, che tanti modelli ci lasciarono in ogni maniera di arti da seguire e imitare, non abbiano fatto alcun progresso nella navale architettura? Se per mancanza di bussola la loro navigazione era imperfetta, se di rado si avventuravano in alto mare, contenti di rader le coste; non è perciò, che i loro vascelli fossero cattivi velieri, o malamente solcassero. Per resistere alle tempeste lungo le coste, ci vuol più d' arte, di ripieghi, e d' industria, che in alto mare, dove meno frequenti, e

pericolose son le burrasche; poichè il più grande, e quasi il solo nemico de' naviganti è la terra. Certo è, che gli antichi avevano nella loro marina delle macchine, che noi abbiamo perdute; che i romani trasportaron per mare d'Egitto a Roma degli obelischi d'un sol pezzo, d'una grandezza, e d'un peso sì enorme, che oggidì non sarebbe possibile d'imbarcarli sopra niuno de' nostri vascelli; che nelle loro guerre marittime aveano un'arte, una desterità, un'industria, che per noi non è più necessaria, dopochè la fatale invenzion della polvere ha reso pressochè inutile il coraggio e valor personale, ed ha tutto convertito in un puro macchinale esercizio, per cui meritamente il gran cantor Ferrarese contro un'invenzione distruggitrice di tutti gli antichi ingegnosissimi macchinamenti proruppe in quella mirabile ottava.

Come trovasti scellerata, e brutta
Invenzion mai loco in uman core?
Per te la militar gloria è distrutta;
Per te il mestier dell'arme è senza onore;
Per te il valore, e la virtù ridutta,
Che spesso par del buono il rio migliore;
Non più la gagliardìa, non più l'ardire
Per te può in campo al paragon venire.

Le antiche macchine belliche anteriori a questa sterminatrice invenzione, quelle stesse descritte dal gran Torquato nella Gerusalemme sono con tant' arte condotte, con tal ingegno, e con tai ripieghi architettate, che formano la meraviglia, e la disperazione degli odierni meccanici.

Fine del quarto ed ultimo tomo.

Pag.	lin.	ERRORI	CORREZIONI
		TOMO PRIMO.	
VII	14	la prima comparve volta.	comparve la prima volta.
X	17	ragguagliata	circostanziata
XI	18	del tutte	del tutto
XV	27	Daniele, Bernoulli	*si levi la virgola*
6	11	anatomia	astronomia
123	28	gli Indiani	i Caldei
141	16	del ciclo	del cielo
159	23	29	9^2
165	11	Lathire	Lahire
181	5	epicicli, de' pianeti	*si levi la virgola*
203	12	$\frac{2}{1}$	$\frac{2}{4}$
		TOMO II.	
15	15	699	799
16	25	Bagdal	Bagdad
52	6	Cecchi Ascoli	Cecco d'Ascoli
71	16	entrambi	entrambe
98	10	romano	Romano
120	22	per tangente o secante.	per la tangente o la secante.
122	13	pezzi	pesi
145	14	osservazioni	rivoluzioni
204	22	prima	dopo
212	10	alla lente	dalla lente
		TOMO III.	
20	13	d'una lana	d'una lama
23	20	testitudinis	testudinis
29	15	1794	1694
64	14	testitudine	testudine

Pag.	lin.	ERRORI	CORREZIONI
87	24	la serie	le serie
115	12	l' università	l' istituto
123	7	dell' università	dell' istituto
125	6	una strada	una volta
166	13	il che non è vero	il che è vero
258	18	trasportarlo	trasportarla
288	16	precisiono	precisione
292	18	sorte	sorti
309	24	reflessibilità	riflessibilità

TOMO IV.

32	11	più o meno alta	più o meno grande, secondo che questa colonna di egual base è più o meno alta,
33	24	dell' evidenza	dall' evidenza
46	27	alla cera	alla ciera
57	10	permeetta	permetta
63	21	nel confutare	a confutare
109	15	medesimam. non giudica bene	non giudica bene; medesimamente
127	10	religione	religiose
135	28	durante	duranti
143	2	postar meglio	portar meglio

INDICE

DEL PRESENTE TOMO.

AVVERTIMENTO

Discorso su la vita e le Opere di PASCAL, pagina 5

Notizia delle principali opere di CARLO BOSSUT 141

ADDIZIONI E SUPPLIMENTI DI GREGORIO FONTANA.

I. *Ampliazione della scoperta d'Archimede sul rapporto della sfera, e del cilindro di Francesco Maria Zanotti* 155

II. *Notizie sopra Ippocrate di Chio, e sopra la quadratura della lunula tratte dall'insigne dissertazione di Cramer* sur Hippocrate de Chio 159

III. *Dichiarazione solenne dell'Accademia delle Scienze di Parigi contro i quadratori* 180

IV. *Inverisimiglianza degli specchi a grandi distanze degli antichi, e particolarmente di quelli di Tolomeo* 185

V. *Dei tentativi fatti per discoprire la longitudine, e la costruzione delle mostre per tale oggetto colla grande accuratezza, a cui queste sono state ultimamente portate* . . . 189

VI. *Sulle tautocrone* 198

VII. *Notizie biografiche sopra Herschel.* 203

VIII. *Descrizione della costruzione, e collocazione del telescopio di Herschel di quaranta piedi.* 213

pagine

IX. *Delle forze animate: loro legge stabilita da Eulero, fondata ora sopra un principio nuovo, e più sicuro* 219

X. *Formola dell' ottica di Newton emendata da Young* 249

XI. *Riflessi ottici sulla grandezza apparente degli oggetti, particolarmente veduti co' cannocchiali; qualità del raggio rappresentante la situazione, e l'immagine del punto visibile* 256

XII. *Sopra la maniera di conoscere la bontà relativa de' cannocchiali* . 267

XIII. *Sopra la chiarezza della immagine degli oggetti dipinta sulla retina* . 270

XIV. *Sopra un doppio obbiettivo novellamente immaginato dal sig. Klügel pe' cannocchiali acromatici con varj riflessi analoghi tratti dalla sua esimia dissertazione tedesca su tale oggetto* 272

XV. *Dubbio tolto sull' aberrazione della luce* 299

XVI. *Errore di fatto, generalmente adottato sul flusso, e riflusso del mare* 301

XVII. *Dell' interesse semplice, e composto relativamente al fondo d'amortizzazione in Inghilterra: e di alcuni problemi analoghi sulle serie, e progressioni ec.* 303

XVIII. *Cenno della contesa sulla preminenza fra gli antichi, ed i moderni nelle scienze, ed arti. Architettura degli antichi* 313

I-1.